

بحثی در اندازه های اهمیت قابلیت اعتماد

مرضیه باغبان سیچانی
گروه آمار، دانشگاه اصفهان

چکیده

یکی از اهداف مهم در طراحی بهینه ی سیستم های مهندسی، ماکزیم ساختن قابلیت اعتماد سیستم است. از آن جا که در یک سیستم بعضی از مؤلفه ها برای قابلیت اعتماد سیستم بیشترین اهمیت را نسبت به مؤلفه های دیگر دارند، بحث اندازه های اهمیت مطرح می شود. در مرحله طراحی سیستم، از اندازه اهمیت برای تعیین ضعیف ترین نقاط در سیستم و تعیین مؤلفه هایی که باید قابلیت اعتمادشان بهبود یابد، استفاده می شود. اندازه اهمیت های متفاوت بر مبنای تفاسیر متفاوتی از مفهوم مهم ترین مؤلفه در سیستم به وجود آمده است که هدف ما در این مقاله مطالعه بعضی از پر کاربرد ترین اندازه های اهمیت مطرح شده در این زمینه است.

واژه های کلیدی: میزان افزایش قابلیت اعتماد، اندازه اهمیت بحرانی، اندازه بهبود پتانسیل، اندازه بیرنباوم.

۱ مقدمه

• اندازه اهمیت طول عمر

در زمینه قابلیت اعتماد، هر مؤلفه در یک جایگاه منحصر به فرد در سیستم واقع شده است و در طول زمان می تواند به طور تصادفی غیر فعال شود؛ بنابراین، هر مؤلفه از دو جنبه، جایگاه و احتمال کارکرد آن در سیستم مورد بررسی قرار میگیرد. متناظراً، یک سیستم نیز از جنبه ساختار و قابلیت اعتمادش مورد بررسی قرار می گیرد. بیرنباوم^۱ [۳] اندازه های اهمیت را در سه رده دسته بندی می نماید: توزیع طول عمر مؤلفه ها وابسته است. اندازه اهمیت ساختار مؤلفه ها، اهمیت نسبی یک مؤلفه را بر حسب جایگاه آن در سیستم ارزیابی می نماید و تنها به طور تصادفی غیر فعال شود؛ بنابراین، هر مؤلفه از دو جنبه، جایگاه و احتمال کارکرد آن در سیستم مورد بررسی قرار میگیرد. متناظراً، یک سیستم نیز از جنبه ساختار و قابلیت اعتمادش مورد بررسی قرار می گیرد. بیرنباوم^۱ [۳] اندازه های اهمیت را در سه رده دسته بندی می نماید: توزیع طول عمر مؤلفه ها وابسته است.

بیرنباوم [۳] اولین اندازه اهمیت را تعریف نمود. او برای مؤلفه ها و سیستم دو حالت (فعال- غیر فعال) در نظر گرفت. با افزایش کارایی سیستم های پیچیده، انواع دیگری از اندازه های اهمیت مطرح شد. اُون و

• اندازه اهمیت ساختار

• اندازه اهمیت قابلیت اعتماد

^۱Birnbaum

جنسن^۲ [۲] اندازه بهبود پتانسیلی^۳ را تعریف نمودند. ویزر و لوری^۴ [۷] اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد^۵ را مطرح نمودند. لیوتین^۶ و همکاران [۶] اندازه میزان کاهش قابلیت اعتماد^۷ را معرفی نمودند. این دو اندازه برای طرح های مربوط به نیروگاه های هسته ای بسیار مورد استفاده قرار می گیرد. کو و زو^۸ [۴] دو اندازه اهمیت بحرانی^۹ برای مؤلفه ها تعریف نمودند که در این اندازه اهمیت یک مؤلفه مستقل از احتمال فعال بودن آن نیست. کو و زو [۵] در زمینه اندازه های اهمیت و روابط بین آن ها مطالعات گسترده ای انجام داده اند.

۲ ساختار و قابلیت اعتماد سیستم

این اندازه ها بر مبنای تفاسیر متفاوتی از مفهوم مهم ترین مؤلفه در سیستم به وجود آمده است و در مرحله طراحی سیستم، از این اندازه ها برای تعیین ضعیف ترین نقاط در سیستم و تعیین مؤلفه هایی که باید قابلیت اعتمادشان بهبود یابد، استفاده می شود. این مقاله به معرفی اندازه های اهمیت اجزای یک سیستم از جنبه های مختلف می پردازد. ساختار مقاله به صورت زیر است:

۱.۲ سیستم و مؤلفه های آن

در بخش ۲ به طور مختصر با ساختار و قابلیت اعتماد سیستم ها آشنا می شویم. در بخش ۳ اندازه اهمیت بیرنبا را به عنوان اولین اندازه مطرح شده در قابلیت اعتماد مورد مطالعه قرار می دهیم. در بخش ۴ اندازه بهبود پتانسیلی را به عنوان تابعی از اندازه اهمیت بیرنبا معرفی می نماییم. در بخش ۵ دو اندازه میزان افزایش (کاهش)

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{مؤلفه } i \text{ ام فعال باشد} \\ 0, & \text{مؤلفه } i \text{ ام غیر فعال باشد} \end{cases}$$

همچنین فرض می کنیم که سیستم نیز در یکی از دو وضعیت فعال یا غیرفعال است. برای تعیین وضعیت سیستم بر حسب وضعیت مؤلفه ها، فرض می شود که پیوند سیستم با مؤلفه های آن، با تابع دو مقداری $\varphi(X)$ ، که به تابع ساختار سیستم معروف است، مشخص می شود

^۲Jensen and Aven

^۳Importance Potential Improvement

^۴Llory and Vasseur

^۵Worth Achievement Reliability

^۶Levitin

^۷Worth Reduction Reliability

^۸Zhu and Kuo

^۹Importance Reliability Criticality

که در آن $X = (x_1, \dots, x_n)$. بردار X را بردار وضعیت

سیستم می‌گوییم. بنابراین بسته به وضعیت بردار X داریم:
 باشد.
 در ادامه بحث، با سیستم‌هایی سر و کار داریم که در
 تعریف سیستم منسجم صدق می‌کنند.

۲.۲ توابع ساختار سیستم‌های منسجم

از معروفترین توابع ساختار در مهندسی قابلیت اعتماد، از سیستم‌هایی با ساختار متوالی، ساختار موازی، ساختار k از n و... می‌توان نام برد.

سیستم سری

به یک سیستم سری گفته می‌شود هرگاه فعال بودن آن مستلزم فعال بودن همه مؤلفه‌های آن باشد. با توجه به این تعریف، اگر سیستم دارای n مؤلفه باشد و بردار وضعیت آن را با $X = (x_1, \dots, x_n)$ نمایش دهیم، آنگاه

$$\phi(X) = \prod_{i=1}^n x_i,$$

یا معادل آن

$$\phi(X) = \min(x_1, \dots, x_n).$$

سیستم موازی

سیستمی را موازی گویند که فعال بودن آن مستلزم فعال بودن حداقل یکی از مؤلفه‌های آن باشد. به عبارت دیگر، سیستم هنگامی از کار می‌افتد که تمام مؤلفه‌های آن غیر فعال باشند.

تابع ساختار یک سیستم موازی با n مؤلفه بر اساس تعریف سیستم عبارت است از

$$\phi(X) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i),$$

یا به طور معادل

$$\phi(X) = \max(x_1, \dots, x_n).$$

$$\varphi(X) = \begin{cases} 1, & \text{سیستم فعال است} \\ 0, & \text{سیستم فعال نیست} \end{cases}$$

شکل تابعی $\varphi(X)$ ، پس از آنکه نوع ارتباط بین مؤلفه‌ها در سیستم معلوم شود، قابل تعیین خواهد بود.

تعریف ۱. یک سیستم با تابع ساختار ϕ را در نظر بگیرید. سیستم را یکنواگوییم هرگاه برای هر دو بردار وضعیت X و Y که در آن $X \leq Y$ داشته باشیم، $\varphi(X) \leq \varphi(Y)$.

قرارداد: $X \leq Y$ به این معنی است که برای $i = 1, \dots, n$ اما $x_i \leq y_i$ حداقل برای یک j ، $x_j < y_j$ ، یعنی حداقل برای یک i نامساوی اکید است.

بنابراین در یک سیستم یکنوا، هرگاه وضعیت یکی از مؤلفه‌های آن از غیر فعال به وضعیت فعال تبدیل شود، وضعیت سیستم بدتر نخواهد شد.

تعریف ۲. به مؤلفه c_i در سیستم مؤلفه نامربوط گفته می‌شود هرگاه به ازای هر j ، $i \neq j$ و برای هر بردار از مرتبه $n - 1$ $(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$ داشته باشیم،

$$\begin{aligned} \phi(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) \\ = \phi(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n). \end{aligned}$$

با توجه به تعاریف بالا، یک سیستم منسجم را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

تعریف ۳. یک سیستم را زمانی منسجم می‌نامند که تابع ساختار آن یکنوا بوده و مؤلفه نامربوط در آن وجود نداشته

سیستم های k از n

یک سیستم شامل n مؤلفه را k از n می نامند هرگاه فعال بودن آن، مستلزم فعال بودن حداقل k مؤلفه از n مؤلفه آن است. تابع ساختار این سیستم ها را نمی توان به صورت بسته، مانند سیستم ها سری و موازی، ارائه کرد. نمایش جبری تابع ساختار سیستم های k از n به صورت زیر است.

$$\phi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n x_i \geq k \\ 0, & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

ذکر این نکته ضروری است که، با توجه به تعریف سیستم های سری و موازی، مشاهده می شود که سیستم متوالی یک سیستم n از n است و سیستم موازی یک سیستم 1 از n است.

به اینکه تابع ساختار سیستم دو مقداری است) به صورت زیر تعریف می شود،

$$P(\phi(X) = 1) = E(\phi(X)).$$

از آنجایی که ϕ تابعی از بردار X است، قابلیت اعتماد سیستم، تابعی از قابلیت اعتماد مؤلفه های آن، یعنی تابعی از بردار $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ است، که این تابع را با $h(\mathbf{p})$ نمایش می دهیم. بدین ترتیب، داریم:

$$h(\mathbf{p}) = E(\phi(X)).$$

مثال ۱. قابلیت اعتماد سیستم های k از n در حالت کلی شکل ساده ای ندارند. در حالت خاص، اگر اجزای سیستم مستقل و دارای قابلیت یکسان باشند، یعنی

$$p_1 = p_2 = \dots = p_n = p,$$

داریم،

$$\begin{aligned} h(\mathbf{p}) &= E(\phi(X)) \\ &= P\left(\sum_{i=1}^n X_i \geq k\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}. \end{aligned}$$

تساوی اخیر از این واقعیت نتیجه می شود که تحت فرضهای موجود، که X_i ها دارای توزیع برنولی و مستقل از هم هستند، $\sum_{i=1}^n X_i$ دارای توزیع دو جمله ای با پارامترهای n و p است.

۳ اندازه اهمیت بیرنابام

فرض کنید سیستم منسجمی داریم با n مؤلفه c_1, \dots, c_n که قابلیت اعتماد مؤلفه c_i ، p_i و $h(\mathbf{p})$ قابلیت اعتماد سیستم

۳.۲ قابلیت اعتماد سیستم های منسجم با مؤلفه های مستقل

فرض می کنیم یک سیستم منسجم دارای n مؤلفه است که در آن مؤلفه ها به طور مستقل عمل می کنند. فرض می کنیم وضعیت مؤلفه c_i ام، یک متغیر تصادفی دو مقداری باشد که دارای تابع جرم احتمال زیر است:

$$P(X_i = x_i) = \begin{cases} p_i, & x_i = 1 \\ 1 - p_i, & x_i = 0 \end{cases}$$

به طوریکه $0 \leq p_i \leq 1$. p_i را قابلیت اعتماد مؤلفه c_i می نامیم. بنابراین، قابلیت اعتماد مؤلفه c_i برابر است با احتمال اینکه مؤلفه c_i فعال باشد. توجه کنید که

$$p_i = P(X_i = 1) = E(X_i).$$

که در آن E نشان دهنده "امید ریاضی" (مقدار متوسط X_i) است. به طور مشابه، قابلیت اعتماد سیستم (با توجه

است. احتمال آن که شکست یا کارکرد مؤلفه c_i سبب شکست

تعریف ۴. اندازه اهمیت بیرنجام $(I_B(c_i))$ ، نرخ تغییر یا کارکرد سیستم باشد. با استفاده از رابطه (۱)، حدود بهبود قابلیت اعتماد سیستم برحسب تغییر قابلیت اعتماد مؤلفه c_i است که به صورت زیر بیان می شود:

$$I_B(c_i) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i}.$$

اگر $I_B(c_i)$ بزرگ باشد به این معنا است که یک تغییر کوچک در قابلیت اعتماد مؤلفه c_i می تواند باعث افزایش قابلیت اعتماد سیستم شود. لذا در مرحله بهبود یا طراحی سیستم مؤلفه هایی بیشتر مورد توجه قرار می گیرند که I_B بزرگ تری دارند. با فرض استقلال بین مؤلفه ها رابطه بالا به صورت زیر بیان می شود:

$$I_B(c_i) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial(p_i h(\mathbf{1}_i, \mathbf{p}^{(i)}) - q_i h(\mathbf{o}_i, \mathbf{p}^{(i)}))}{\partial p_i} = h(\mathbf{1}_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{o}_i, \mathbf{p}^{(i)}), \quad (1)$$

مثال ۲. یک سیستم سری که مؤلفه های آن به طور مستقل و با قابلیت اعتماد $p_i, i = 1, \dots, n$ عمل می کنند را در نظر بگیرید. تابع قابلیت اعتماد سیستم برابر است با

$$h(\mathbf{p}) = \prod_{j=1}^n p_j.$$

در نتیجه اندازه اهمیت بیرنجام مؤلفه c_i برابر است با

$$I_B(c_i) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \prod_{j=1}^n p_j = \prod_{j \neq i} p_j.$$

بنابراین، در یک سیستم سری با اجزا مستقل، اندازه اهمیت بیرنجام قابلیت اعتماد هر مؤلفه با حاصلضرب قابلیت اعتماد مؤلفه های دیگر برابر است. اگر فرض کنیم مؤلفه های سیستم به گونه ای شماره گذاری شوند که

$$p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n,$$

و

$$I_B(c_1) \geq \dots \geq I_B(c_n),$$

آنگاه، ضعیف ترین مؤلفه در سیستم از بقیه مؤلفه ها مهم

است که مؤلفه c_i برای سیستم بحرانی باشد به عبارتی تراست.

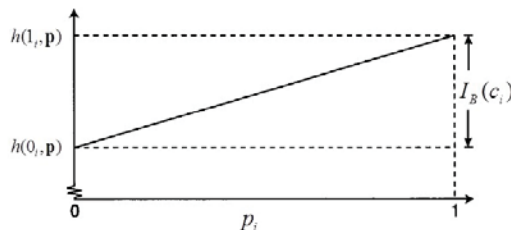
که در آن،

$$(\mathbf{1}_i, \mathbf{p}^{(i)}) = (p_1, \dots, p_{i-1}, 1, p_{i+1}, \dots, p_n),$$

و

$$(\mathbf{o}_i, \mathbf{p}^{(i)}) = (p_1, \dots, p_{i-1}, 0, p_{i+1}, \dots, p_n).$$

این تعریف از اندازه اهمیت بیرنجام در شکل ۱ نشان داده شده است. بنابر رابطه (۱) اندازه $I_B(c_i)$ احتمال آن



شکل ۱: اندازه اهمیت قابلیت اعتماد بیرنجام



شکل ۲: ساختار سری

آن که مؤلفه های c_1 و c_2 از هم مستقل باشند، می توان اندازه $I_B(c_i)$ و $I_{IP}(c_i)$ را محاسبه نمود. قابلیت اعتماد سیستم سری فوق به صورت زیر محاسبه می شود:

$$h(\mathbf{p}) = p_1 p_2 = 0/9408.$$

جدول ۱: نتایج محاسبات مثال ۳

$I_{IP}(c_i)$	$I_B(c_i)$	p_i	
0/0192	0/96	0/98	c_1
0/0392	0/98	0/96	c_2

با توجه به نتایج حاصل از اندازه $I_{IP}(c_i)$ و $I_B(c_i)$ ، در یک ساختار سری مؤلفه ای بیشترین اهمیت را دارد که احتمال کارکرد آن کمتر باشد. بنابراین، اندازه $I_B(c_i)$ و $I_{IP}(c_i)$ در یک ساختار سری، مؤلفه ها را به طور یکسان رتبه بندی می نمایند به این معنا که، اگر $p_2 < p_1$ آنگاه

$$I_B(c_2) > I_B(c_1),$$

$$I_{IP}(c_2) > I_{IP}(c_1).$$

۵ اندازه میزان افزایش (کاهش) قابلیت اعتماد

میزان افزایش قابلیت اعتماد (RAW)، بیشترین مقدار افزایش در قابلیت اعتماد سیستم به سبب یک مؤلفه خاص را تعیین می نماید.

تعریف ۶. اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد مؤلفه c_i

۴ اندازه بهبود پتانسیل

فرض کنید، سیستمی با قابلیت اعتماد $h(\mathbf{p})$ داریم. در بعضی از موارد ما علاقه مند هستیم که بدانیم اگر یک مؤلفه کاملاً قابل اعتماد، $p_i = 1$ ، را با مؤلفه c_i تعویض نماییم چگونه قابلیت اعتماد سیستم افزایش می یابد. به تفاوت بین $h(\mathbf{p})$ و $h(\mathbf{1}_i, \mathbf{p})$ بهبود پتانسیل (IP) گفته می شود و آن را با $I_{IP}(c_i)$ نشان می دهیم.

تعریف ۵. اندازه بهبود پتانسیل بر حسب مؤلفه c_i به صورت زیر تعریف می شود:

$$I_{IP}(c_i) = h(\mathbf{1}_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p}). \quad (2)$$

اندازه اهمیت بیرنجام را با توجه به شیب خط در شکل

۱ می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$I_B(c_i) = \frac{h(\mathbf{1}_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p})}{1 - p_i}.$$

در این حالت، اندازه بهبود پتانسیل را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$I_{IP}(c_i) = I_B(c_i) (1 - p_i).$$

تذکر ۱. اندازه بهبود پتانسیل مؤلفه c_i ، تفاوت قابلیت اعتماد سیستم با مؤلفه کامل c_i و قابلیت اعتماد سیستم با مؤلفه واقعی c_i است. در عمل، بهبود قابلیت اعتماد یک مؤلفه به طور کامل امکان پذیر نیست. اما می توان قابلیت اعتماد مؤلفه c_i را از p_i به p'_i بهبود بخشید. ما می توانیم بهبود واقعی پتانسیل^۱ مؤلفه c_i را به صورت زیر تعریف نماییم:

$$I_{RIP}(c_i) = h(p'_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p}).$$

مثال ۳. ساختار سری شکل ۲ را در نظر بگیرید. با فرض

^۱ Potential Improvement Realistic

برابر است با

(RRW) مؤلفه c_i به صورت زیر تعریف می شود:

$$I_{RRW}(c_i) = \frac{p(\phi(X) = 1)}{p(\phi(o_i, X) = 1)}.$$

$$I_{RAW}(c_i) = \frac{h(\mathbf{1}_i, \mathbf{p}^{(i)})}{h(\mathbf{p})}.$$

به سادگی رابطه فوق را می توان بر حسب اندازه بیرنبا م بیان نمود:

$$I_{RRW}(c_i) = \frac{1}{1 - \frac{P_i}{h(\mathbf{p})} I_B(c_i)}.$$

$$I_{RAW}(c_i) = 1 + \frac{q_i}{h(\mathbf{p})} I_B(c_i).$$

رابطه فوق را می توان بر حسب اندازه بهبود پتانسیل نیز بیان نمود:

$$I_{RAW}(c_i) = 1 + \frac{I_{IP}(c_i)}{h(\mathbf{p})}.$$

اندازه RRW، نشان دهنده نسبت قابلیت اعتماد سیستم به قابلیت اعتماد سیستم در حالتی است که مؤلفه c_i در سیستم غیر فعال باشد و همچنین، نشان دهنده اهمیت نگهداری پیشگیرانه^{۱۱} مؤلفه c_i در یک سطح متداول از قابلیت اعتماد سیستم است.

اندازه RAW نشان دهنده نسبت قابلیت اعتماد سیستم در حالت جایگذاری مؤلفه c_i با یک مؤلفه کامل، با قابلیت اعتماد $p_i = 1$ ، به قابلیت اعتماد واقعی سیستم است. این اندازه نشان دهنده ارزش مؤلفه c_i در افزایش سطح کلی قابلیت اعتماد سیستم است.

تذکر ۲. برخی از سیستم ها مانند هواپیما دارای این ویژگی هستند که شکست آنها ممکن است سبب صدمات جبران ناپذیری شود. در چنین حالتی، برای نگهداری و تعمیر سیستم شیوه های گوناگونی اتخاذ می شود؛ به گونه ای که احتمال از کارافتادگی سیستم به حداقل برسد. یکی از مباحثی که در این بستر مطرح می شود، بحث نگهداری پیشگیرانه است. در نگهداری پیشگیرانه، یک سیستم پیش از آن که دچار شکست شود، بر اساس شیوه ای معین تعویض شده یا مورد بررسی و تعمیر قرار می گیرد.

مثال ۴. با توجه به ساختار سری شکل ۲ و با فرض آن که مؤلفه های c_1 و c_2 از هم مستقل باشند، اندازه RAW مؤلفه ها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$I_{RAW}(c_1) = 1 + \frac{q_1}{h(\mathbf{p})} I_B(c_1) = 1/0204,$$

$$I_{RAW}(c_2) = 1 + \frac{q_2}{h(\mathbf{p})} I_B(c_2) = 1/0416.$$

مثال ۵. با توجه به ساختار سری شکل ۲ و با فرض آن که مؤلفه های c_1 و c_2 از هم مستقل باشند، اندازه RRW مؤلفه ها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$I_{RRW}(c_1) = \frac{1}{1 - \frac{P_1}{h(\mathbf{p})} I_B(c_1)} = \infty,$$

$$I_{RRW}(c_2) = \frac{1}{1 - \frac{P_2}{h(\mathbf{p})} I_B(c_2)} = \infty.$$

بر طبق اندازه RAW، در یک ساختار سری مؤلفه ای بیشترین اهمیت را دارد که قابلیت اعتماد آن کم تر باشد. به این معنا که، اگر $p_2 < p_1$ آنگاه

$$I_{RAW}(c_1) < I_{RAW}(c_2).$$

اندازه میزان کاهش قابلیت اعتماد (RRW)، زیان پتانسیل وارد شده به یک سیستم را توسط یک مؤلفه خاص ارزیابی می نماید.

بر اساس نتایج فوق اندازه اهمیت RRW در یک ساختار

تعریف ۷. اندازه اهمیت میزان کاهش قابلیت اعتماد

^{۱۱} Maintenance Preventive

سری به طور یکسان برای همه مؤلفه ها بسیار زیاد است. به این معنا که در یک سیستم سری، غیر فعال شدن هر کدام از مؤلفه ها به میزان بسیار زیادی به سیستم زیان می رساند.

۶ اندازه اهمیت بحرانی

اندازه اهمیت بحرانی یک مؤلفه، معیار مناسبی برای اولویت بندی عمل نگهداری پیشگیرانه مؤلفه ها است. اندازه اهمیت بحرانی به اندازه اهمیت بیرنجام وابسته است. اندازه اهمیت بیرنجام مؤلفه c_i مستقل از قابلیت اعتماد خود مؤلفه است و این یک نقص برای I_B است. کو و زو [۴] دو اندازه اهمیت بحرانی برای رفع این مشکل مطرح نمودند.

تعریف ۸. اهمیت قابلیت اعتماد بحرانی مؤلفه c_i برای کارکرد سیستم (I_{Cs})، احتمال آن است که مؤلفه c_i فعال باشد و فعال بودن آن برای کارکرد سیستم بحرانی باشد به شرط آن که بدانیم سیستم فعال است و به صورت زیر تعریف می شود:

$$I_{Cs}(c_i) = \frac{p_i[h(\lambda_i, \mathbf{p}) - h(o_i, \mathbf{p})]}{h(\mathbf{p})} = \frac{p_i}{h(\mathbf{p})} I_B(c_i).$$

مثال ۶. با توجه به ساختار سری شکل ۲ و با فرض آن که مؤلفه های c_1 و c_2 از هم مستقل باشند، اندازه I_{Cs} مؤلفه ها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$I_{Cs}(c_1) = \frac{p_1[h(\lambda_1, \mathbf{p}) - h(o_1, \mathbf{p})]}{h(\mathbf{p})} = \frac{p_1}{p_1 p_2} I_B(c_1)$$

$$= \frac{0.98}{0.98 \times 0.96} \times 0.96 = 1,$$

$$I_{Cs}(c_2) = \frac{p_2[h(\lambda_2, \mathbf{p}) - h(o_2, \mathbf{p})]}{h(\mathbf{p})}$$

$$= \frac{p_2}{p_1 p_2} I_B(c_2) = 1.$$

تعریف ۹. اهمیت قابلیت اعتماد بحرانی مؤلفه c_i برای عدم کارکرد سیستم (I_{Cf})، احتمال آن است که مؤلفه c_i غیر فعال باشد و غیرفعال بودن آن برای عدم کارکرد سیستم بحرانی باشد به شرط آن که بدانیم سیستم غیرفعال است و این اندازه به صورت زیر تعریف می شود:

$$I_{Cf}(c_i) = \frac{q_i[h(\lambda_i, \mathbf{p}) - h(o_i, \mathbf{p})]}{1 - h(\mathbf{p})} = \frac{q_i}{1 - h(\mathbf{p})} I_B(c_i).$$

مثال ۷. با توجه به ساختار سری شکل ۲ و با فرض آن که مؤلفه های c_1 و c_2 از هم مستقل باشند، اندازه I_{Cf} مؤلفه ها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$I_{Cf}(c_1) = \frac{q_1[h(\lambda_1, \mathbf{p}) - h(o_1, \mathbf{p})]}{1 - h(\mathbf{p})}$$

$$= \frac{q_1}{1 - p_1 p_2} I_B(c_1) = 0.3243,$$

$$I_{Cf}(c_2) = \frac{q_2[h(\lambda_2, \mathbf{p}) - h(o_2, \mathbf{p})]}{1 - h(\mathbf{p})}$$

$$= \frac{q_2}{1 - p_1 p_2} I_B(c_2) = 0.6622.$$

با توجه به نتایج حاصل از محاسبات فوق، اندازه اهمیت I_{Cf} در یک ساختار سری مانند اندازه اهمیت بیرنجام، مؤلفه ها را رتبه بندی می نماید. به این معنا که، اگر $p_2 < p_1$ آنگاه

$$I_{Cf}(c_2) > I_{Cf}(c_1).$$

۷ مثال های دیگر

در ادامه ۲ مثال دیگر از سیستم هایی با ساختار موازی ارائه می شود.

مثال ۸. ساختار موازی شکل ۳ را در نظر بگیرید. با

فرض آن که مؤلفه های c_1 و c_2 از هم مستقل باشند، اندازه های اهمیت مطرح شده در قسمت های قبل را برای این دو مؤلفه با قابلیت اعتماد $p_1 = 0/98$ و $p_2 = 0/96$ می توان به طور خلاصه در جدول ۲ بیان نمود:

مؤلفه ها با توجه به اندازه های مطرح شده در این مقاله به صورت زیر رتبه بندی می شوند. قابلیت اعتماد سیستم به صورت زیر محاسبه شده است:

$$h(p) = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 - 2 p_1 p_2 p_3 = 0/9957.$$

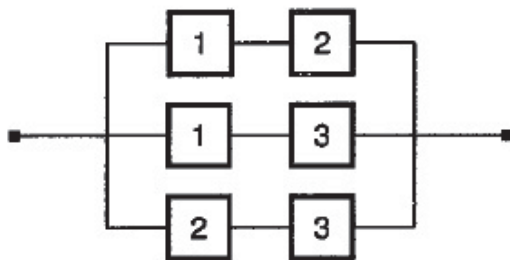
$$h(p) = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2) = 0/9992.$$

جدول ۳: نتایج محاسبات مثال ۹

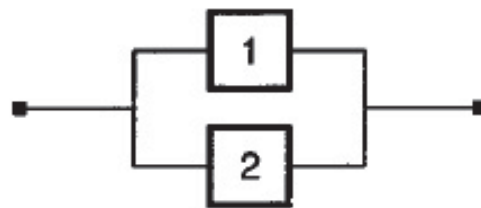
$I_{Cf}(c_i)$	$I_{RRW}(c_i)$	$I_{RAW}(c_i)$	$I_{IP}(c_i)$	$I_B(c_i)$	
0/4428	1/1033	1/001908	0/0019	0/0952	c_1
0/7219	1/08086	1/003113	0/0031	0/0776	c_2
0/8149	1/058	1/00351	0/0035	0/0584	c_3

جدول ۲: نتایج محاسبات مثال ۸

$I_{Cf}(c_i)$	$I_{RRW}(c_i)$	$I_{RAW}(c_i)$	$I_{IP}(c_i)$	$I_B(c_i)$	
1	1/040823	1/0008	0/0008	0/04	c_1
1	1/01959	1/0008	0/0008	0/02	c_2



شکل ۴: ساختار ۲ از ۳



شکل ۳: ساختار موازی

بر طبق اندازه اهمیت بیرنجام،

$$I_B(c_1) > I_B(c_2) > I_B(c_3).$$

بنابراین مؤلفه ای بیشترین اهمیت را در یک ساختار ۲ از ۳ دارد که قابلیت اعتماد بزرگتری دارد.

بر طبق اندازه بهبود پتانسیل،

$$I_{IP}(c_1) < I_{IP}(c_2) < I_{IP}(c_3).$$

بنابراین مؤلفه ای بیشترین اهمیت را در یک ساختار ۲ از ۳ دارد که قابلیت اعتماد کمتری دارد.

بر طبق اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد،

$$I_{RAW}(c_1) < I_{RAW}(c_2) < I_{RAW}(c_3).$$

بر طبق جدول فوق، در یک ساختار موازی اندازه اهمیت های I_{RRW} و I_B برای مؤلفه هایی که قابلیت اعتماد بزرگتری دارند، بیشتر است. به این معنا که، اگر $p_2 < p_1$ آنگاه

$$I_B(c_2) < I_B(c_1),$$

$$I_{RRW}(c_2) < I_{RRW}(c_1).$$

در یک ساختار موازی، اندازه I_{IP} ، I_{RAW} و I_{IP} برای همه مؤلفه ها یکسان است.

مثال ۹. یک سیستم منسجم با ساختار ۲ از ۳ (شکل ۴) و مؤلفه های مستقل c_1 ، c_2 و c_3 را با قابلیت اعتماد

- [4] Kuo, W. and Zuo, M.J. (2003). Optimal Reliability Modeling: Principles and Applications. John Wiley & Sons, New York.
- [5] Kuo, W. and Zhu, X. (2012). Some recent advances on importance measures in reliability. IEEE Transactions on Reliability, 61, 2, 344-360.
- [6] Levitin, G., Podofillini, L., and Zio, E. (2003). Generalised importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions. Reliability Engineering and System Safety, 82, 287-298.
- [7] Vasseur, D. and Llory, M. (1999). International survey on PSA figures of merit. Reliability Engineering and System Safety, 66, 261-274.
- بنابراین مؤلفه ای بیشترین اهمیت را در یک ساختار ۲ از ۳ دارد که قابلیت اعتماد کمتری دارد.
بر طبق اندازه میزان کاهش قابلیت اعتماد،
 $I_{RRW}(c_1) > I_{RRW}(c_2) > I_{RRW}(c_3)$.
- بنابراین مؤلفه ای بیشترین اهمیت را در یک ساختار ۲ از ۳ دارد که قابلیت اعتماد بزرگتری دارد.
بر طبق اندازه اهمیت بحرانی برای عدم کارکرد،
 $I_{Cf}(c_1) < I_{Cf}(c_2) < I_{Cf}(c_3)$.
- بنابراین مؤلفه ای بیشترین اهمیت را در یک ساختار ۲ از ۳ دارد که قابلیت اعتماد کمتری دارد.
- تقدیر و تشکر:
در پایان لازم می دانم از استاد بزرگوار جناب آقای دکتر مجید اسدی و داوران محترم نشریه ندا که با پیشنهادات ارزنده خود اینجانب را در نگارش بهتر مطالب یاری نموده اند، نهایت تقدیر و تشکر را داشته باشم.

مراجع

- [۱] اسدی، م. (۱۳۹۲). آشنایی با نظریه قابلیت اعتماد. چاپ اول، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، تهران.
- [2] Aven, T. and Jensen, U. (1999). Stochastic Models in Reliability. New York: Springer.
- [3] Birnbaum, Z.W. (1969). On the importance of different components in a multicomponent system. In Multivariate Analysis, 2 (ed. Krishnaiah PR). Academic Press, New York, 581-592.