

شبیه‌سازی ریسک پرتفوی اعتباری با استفاده از نرم‌افزار R

سعید رضائی

اداره کل مدیریت ریسک بانک ملی ایران

چکیده

اعطای اعتبار و تسهیلات، همواره مبنای تداوم و رونق فعالیت های اقتصادی می‌باشد، بنابراین تخصیص بهینه و کارآمد منابع، مبتنی بر برقراری توازن بین ریسک و بازده، زمینه رشد و شکوفایی نظام اقتصادی را به همراه خواهد داشت. در این میان بانک ها همواره در قبال پرداخت اصل و سود منابع یا سپرده های جذب شده در سررسید معین یا قبل از آن متعهد می‌باشند؛ در صورتیکه بازگشت اصل و سود تسهیلاتی که از سوی بانک ها پرداخت می‌شوند بنا به دلایل متعددی ممکن است در معرض نکول قرار گیرد که به آن ریسک اعتباری می‌گویند. در واقع ریسک اعتباری عبارت است از احتمال عدم ایفای تعهدات مشتری یا طرف معامله به دلیل ناتوانی یا عدم تمایل، که منجر به زیان مؤسسه اعتباری یا بانک می‌شود. از طرف دیگر مسئله اصلی در مدیریت ریسک، اندازه گیری آن می باشد که این سنجش برای ریسک اعتباری در سطح پرتفوی اعتباری به دلیل وجود ساختار همبستگی پیچیده و مشکل است. در این مقاله، ضمن معرفی مدل‌های پرتفوی ریسک اعتباری، دو کلاس آن‌ها یعنی مدل‌های تک عاملی و مدل‌های آمیخته برنولی را مورد بررسی قرار داده و در نهایت در قالب مثالی با استفاده از نرم‌افزار R ، آن‌ها شبیه‌سازی شده و سپس معیارهای اساسی ریسک نظیر ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار برای آن‌ها ارائه شده اند.

واژه‌های کلیدی: مدل‌های پرتفوی ریسک اعتباری، معیارهای سنجش ریسک، نرم‌افزار R .

۱ مقدمه

محصولات جدید و افزایش سطح رقابت باعث شده است امروزه بانک‌ها با ریسک‌های متعدد و متنوعی مواجه باشند، بنابراین ضرورت مدیریت ریسک در بانک‌ها و مؤسسات مالی اهمیت ویژه ای پیدا کرده است. اما در این بین ریسک اعتباری که از قدمتی به اندازه صنعت بانکداری برخوردار است، هنوز جزء اصلی‌ترین و مهمترین ریسک‌های بانک‌ها و مؤسسات اعتباری مطرح می‌باشد. در همین زمینه می‌توان به گزارش‌های مرکز نوآوری مالی

ریسک برای مؤسسات مالی و بانک‌ها دارای مفهومی حیاتی است چرا که نظام اصلی کسب و کار بانک‌ها بر اساس ریسک و مدیریت آن پایه گذاری شده است (رضائی و اشعه‌شعار [۱]). به همین دلیل مدیریت ریسک در صنعت بانکداری همواره مهم بوده است. از طرف دیگر گسترش عرصه‌های تجاری، ظهور

۲ مدل‌سازی زیان‌های پرتفوی اعتباری

بانک‌ها و مؤسسات مالی تسهیلاتی را به مشتریان اعتباری خود اعطا می‌کنند که این تسهیلات همواره در معرض ریسک اعتباری قرار دارند یعنی ممکن است مشتریان اعتباری به تعهدات خود عمل نمایند. به عنوان مثال، مشتری ممکن است بخشی یا تمام اقساط تسهیلات خود را طی یک دوره زمانی مشخص پرداخت نکند که در این صورت گفته می‌شود مشتری نکول^۷ نموده است. لذا بانک یا مؤسسه مالی به علت نکول مشتری با زیان مواجه می‌گردد. البته شایان ذکر است که این زیان اعتباری می‌تواند ناشی از تغییر در کیفیت اعتباری نیز رخ دهد که برای سادگی در اینجا فقط پیشامدهای نکول در نظر گرفته می‌شود. در همین راستا برای هر مشتری اعتباری سه مؤلفه در نظر گرفته می‌شود.

۱. ارزش در معرض نکول یا EAD^{\wedge}

۲. زیان مشروط به نکول یا LGD^{\wedge}

۳. احتمال نکول یا PD^{\wedge}

در این صورت متغیر زیان L برای هر متعهد یا گیرنده تسهیلات به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$L = EAD * LGD * 1_{\{D\}}, \quad (1)$$

که $1_{\{D\}} \sim Bin(1, PD)$ در واقع D یک متغیر برنولی با $Pr(D = 1) = PD$ است. توجه داشته باشید که EAD

ایالات متحده^۱ [۵] اشاره کرد که در آن‌ها همواره ریسک اعتباری بالاترین میزان تأثیرگذاری بر این صنعت را داشته و در چند سال اخیر نیز جزء مهم‌ترین ریسک‌ها در صنعت بانکداری محسوب می‌گردد؛ به عنوان مثال بحران مالی طی سال‌های ۲۰۰۷ تا ۲۰۰۹ به خاطر نقص در بازارهای اعتباری آغاز گردید. البته لازم به ذکر است اگرچه دلایل این بحران فراتر از عدم کفایت مدل‌سازی ریسک اعتباری است (بریگو و همکاران^۲ [۴])، (دنلی و امبرچتس^۳ [۶])، با این وجود واضح است که برخی از مدل‌های رایج ریسک اعتباری نیز دارای نقاط ضعفی می‌باشند. تعدادی از این مدل‌ها به دلیل محاسبه آسان معیارهای گوناگون ریسک بسیار متداول و محبوب هستند اما مدل‌های واقع‌بین‌تر مستلزم محاسبات پیچیده‌تر است که اغلب نیازمند استفاده از روش‌های مونت کارلو برای برآورد کمیت‌های مورد نظر است (لیوواردن و درپول^۴ [۱۱]). در این مقاله روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای مدل‌سازی پرتفوی اعتباری با استفاده از نرم‌افزار R مورد بررسی قرار می‌گیرد و از دو رویکرد مختلف برای در نظر گرفتن ساختار وابستگی بین تسهیلات گیرندگان در پرتفوی اعتباری استفاده می‌گردد. همچنین از ارزش در معرض خطر $(VaR)^{\wedge}$ و ریزش مورد انتظار $(ES)^{\wedge}$ به عنوان معیارهای سنجش ریسک استفاده شده است.

^۱CSFI

^۲Brigo et al

^۳Donnelly and Embrechts

^۴Leevwaarden and Derpol

^۵Value at Risk

^۶Expected Shortfall

^۷Default

^۸Exposure At Default

^۹Loss Given at Default

^{۱۰}Probability of Default

و LGD در رابطه فوق تصادفی نبوده و ثابت در نظر گرفته شده‌اند، که البته می‌تواند بدین صورت نباشد. حال اگر پرتفوی اعتباری با n متعهد را در نظر بگیریم، در این صورت زیان پرتفوی اعتباری برابر است با

$$\tilde{L}_n = \sum_{i=1}^n L_i, \quad (2)$$

که اندیس i بیانگر تسهیلات‌گیرنده i - ام است. به عبارت دیگر

$$\tilde{L}_n = \sum_{i=1}^n EAD_i * LGD_i * 1_{\{D_i\}},$$

که $1_{\{D_i\}} \sim Bin(1, PD)$ در صورتی که زیان‌های هر یک از تسهیلات‌گیرندگان مستقل باشند، توصیف تابع زیان به مسئله توصیف توزیع حاشیه‌ای هر یک از زیان‌های تسهیلات‌گیرندگان کاهش می‌یابد. اما در عمل مشکل اصلی وجود همبستگی بین زیان‌های موجود در پرتفوی اعتباری است و این همبستگی‌ها چالش اصلی در حوزه مدل‌سازی ریسک پرتفوی اعتباری می‌باشند (جانسون و برومسن^{۱۱} [۹]).

که α عددی در بازه $(0, 1)$ است. برای α معمولاً مقادیری نظیر 0.99 ، 0.995 ، و 0.999 در نظر گرفته می‌شود لیکن توصیه کمیته نظارتی بال در این خصوص استفاده از مقدار 0.999 است. البته استفاده از این معیار همیشه انتقاداتی را نیز به همراه داشته است (مک نیل و همکاران^{۱۲} [۱۳]). برای مثال این معیار ویژگی زیرجمعی^{۱۳} را ندارد یعنی VaR دو پرتفوی می‌تواند بزرگتر از مجموع VaR های پرتفوی‌ها باشد. به عبارت دیگر VaR پرتفوی لزوماً از طریق تنوع‌سازی کاهش پیدا نمی‌کند. به همین دلیل آرتزرنر و همکاران^{۱۴} [۳] طبقه‌ای از معیارهای منسجم^{۱۵} را پیشنهاد داده‌اند که شامل این ویژگی نیز می‌باشد. یکی از متداول‌ترین این معیارها در این زمینه که توسط آکرپی و تسچه^{۱۶} [۲] معرفی گردید. ریزش مورد انتظار (ES) است که به‌عنوان ارزش شرطی در معرض خطر^{۱۷} $(CVaR)$ ، متوسط ارزش در معرض خطر^{۱۸} $(AVaR)$ و زیان مورد انتظار دنباله‌ای^{۱۹} (ETL) نیز شناخته می‌شود و به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$ES_\alpha = E\{\tilde{L}_n | \tilde{L}_n \geq VaR_\alpha\}. \quad (4)$$

۳ معیارهای ریسک

”توزیع زیان \tilde{L}_n که اغلب به صورت $F_{\tilde{L}_n}$ نمایش داده می‌شود” هدف اصلی در مدل‌سازی ریسک اعتباری است. چون معمولاً به فرم بسته در دسترس نمی‌باشد، در عوض از معیارهای مشخص جهت توصیف ویژگی‌های کلیدی به‌ویژه رفتار دم‌آن استفاده می‌شود. متداول‌ترین معیار ارزش در معرض خطر (VaR) است که به صورت چندک

^{۱۱}Johansson and Bromsen

^{۱۲}McNeil et al

^{۱۳}Sub-additive

^{۱۴}Artzner et. al

^{۱۵}Coherent Risk Measures

^{۱۶}Acerbi and Tasche

^{۱۷}Conditional Value at Risk

^{۱۸}Average Value at Risk

^{۱۹}Expected Tail loss

۴ برآورد معیارهای ریسک از طریق شبیه‌سازی

پرداخته می‌شود (جانسون و برومسن^{۲۷} [۹] و مک نیل^{۲۸} [۱۲]).

۱.۴ مدل‌های عاملی

در این مدل، احتمال نکول مشتری یا شرکت، به ارزش دارایی‌های آن در یک افق زمانی مشخص بستگی دارد. در این خصوص معمولاً ارزش دارایی‌های شرکت یا مشتری i -ام در زمان کنونی برابر با $A_0^{(i)}$ و ارزش آن در افق زمانی مشخص T (معمولاً یک ساله) برابر با $A_T^{(i)}$ می‌شود. همچنین فرض می‌شود $\frac{A_T^{(i)}}{A_0^{(i)}}$ دارای توزیع لگ نرمال است. در نتیجه $r_j = \log\left(\frac{A_T^{(i)}}{A_0^{(i)}}\right)$ دارای توزیع نرمال می‌باشد. r_i را استاندارد کرده و آن را \tilde{r}_i می‌نامیم. به عبارت دیگر، $\tilde{r}_i = \frac{r_i - E(r_i)}{\sqrt{VaR(r_i)}}$ دارای توزیع نرمال استاندارد است. حال آستانه بحرانی برای مشتری i -ام را به صورت C_i نشان می‌دهیم و در صورتی که $\tilde{r}_i < C_i$ باشد، مشتری i -ام در این افق زمانی خاص نکول می‌کند. بنابراین

$$PD_i = P_r(\tilde{r}_i < C_i), \quad (5)$$

\tilde{r}_i ها نیز خود وابسته به یکسری عوامل مشترک هستند. زمانی که تنها یک عامل مشترک داشته باشیم به آن مدل تک‌عاملی^{۲۹} می‌گویند و در صورتی که بیش از یک عامل مشترک وجود داشته باشد به آن مدل چندعاملی^{۳۰} می‌گویند که در این بخش مدل تک‌عاملی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این حالت به یک عامل مشترک یا مرکب Z ، که عوامل بیرونی نظیر قیمت نفت، وضعیت سیاسی

همان‌طوری که اشاره گردید محاسبه تحلیلی معیارهای ریسک بر اساس توزیع زیان $F_{\tilde{L}_n}$ ، معمولاً غیرممکن است و اغلب تنها رویکرد در دسترس برای برآورد این معیارها، استفاده از روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو است (کروسی و همکاران^{۲۰} [۱۰]). بنابراین لازم است نمونه‌ای مستقل و هم توزیع (iid) ^{۲۱} به حجم N از \tilde{L}_n یعنی $\tilde{L}_n^{(1)}, \tilde{L}_n^{(2)}, \dots, \tilde{L}_n^{(N)}$ تولید شوند. در این مقاله روش شبیه‌سازی برای برآورد معیارهای ریسک تبیین می‌گردد، البته به دلیل اینکه این برآوردها بر روی پیشامدهای نسبتاً کمیاب تمرکز می‌کنند معمولاً برای دستیابی به سطح دقت قابل قبول به حجم نمونه بزرگ نیازمند است. به همین دلیل از رویکردهای دیگری نظیر نمونه‌گیری از نقاط مهم^{۲۲} برای شبیه‌سازی پیشامدهای کمیاب استفاده می‌شود که برای مطالعه بیشتر در این زمینه می‌توان به گلین^{۲۳} [۸] و گلاسرمن و لی جی^{۲۴} [۷] مراجعه کرد. از طرف دیگر چالش اصلی در مدل‌سازی ریسک اعتباری همبستگی متغیرهای α است. برای مثال هنگامی که همبستگی مثبتی بین آن‌ها وجود داشته باشد، نکول یک مشتری احتمال نکول مشتری دیگر را افزایش می‌دهد. مدل‌های متفاوتی برای در نظر گرفتن این همبستگی‌ها جهت مدل‌سازی پرتفوی ریسک اعتباری وجود دارد که در اینجا به مدل‌های عاملی^{۲۵} و مدل‌های آمیخته برنولی^{۲۶}

^{۲۰} Kroese et al

^{۲۱} Independent and Identically Distributed

^{۲۲} Importance Sampling

^{۲۳} Glynn

^{۲۴} Glasserman P. and Li J

^{۲۵} Factor Models

^{۲۶} The Bernoulli Mixture Models

^{۲۷} Johansson and Bromsen

^{۲۸} McNeil

^{۲۹} Single Factor

^{۳۰} Multi Factor

۲.۴ مدل آمیخته برنولی

به زبان ساده زمانی که بخواهیم ویژگی‌های جدیدی از طریق ایجاد پارامترهای تصادفی به مدل معرفی شود، مدل آمیخته به دست می‌آید. هر مقدار ممکن پارامترها، جامعه‌ای را مشخص می‌کند و این جوامع مطابق با توزیع که برای آن در نظر گرفته می‌شود با یکدیگر ترکیب یا آمیخته می‌شود. بنابراین یک مکانیزم قابل کنترل ساده برای معرفی این ویژگی‌ها نظیر دُم‌های پهن‌تر^{۳۱}، چولگی، وابستگی و وابستگی در دُم‌ها^{۳۲} استفاده از مدل‌های آمیخته است. مدل‌های آمیخته برنولی کلاس مهمی از مدل‌های ریسک اعتباری است زیرا بیشتر مدل‌های ریسک‌های اعتباری را می‌توان به صورت مدل آمیخته نمایش داد (مک نیل [۱۲]). فرض کنید P یک متغیر تصادفی است که در بازه $[0, 1]$ تغییر می‌کند. به شرط $P = p$ ، متغیرهای $\{D_i\}$ مستقل و از توزیع برنولی با پارامتر p پیروی می‌کنند یعنی

$$1_{\{D_i\}} | P = p \sim \text{Bin}(1, p). \quad (۷)$$

تابع توزیع تجمعی P را اغلب تابع توزیع آمیخته می‌نامند. ثابت می‌شود که برای $i \neq j$ همبستگی بین $1_{\{D_i\}}$ و $1_{\{D_j\}}$ به صورت زیر است:

$$\text{Corr}(1_{\{D_i\}}, 1_{\{D_j\}}) = \frac{\text{var}[P]}{E[P](1 - E[P])}. \quad (۸)$$

انتخاب‌های معمول برای توزیع آمیخته یا ترکیبی، توزیع بتا یا توزیع نرمال پروبیت، $\Phi^{-1}(P) \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، است که Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. در این

و ... را شامل می‌شود و عامل خاص که مربوط به مشتری یا شرکت است و وضعیت اقتصادی مشتری یا شرکت را در بر می‌گیرد و به آن اثر خاص شرکت یا مشتری i -ام، y_i می‌گویند، بستگی دارد. فرض می‌شود $Z \sim N(0, 1)$ و $y_i \sim N(0, 1)$ بوده و همچنین Z و y_i از هم مستقل هستند. در این صورت مدل تک عاملی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{r}_i = \sqrt{\rho}Z + \sqrt{1 - \rho}y_i, \quad (۶)$$

که ρ همبستگی بین \tilde{r}_i و \tilde{r}_j است. یعنی $\rho(\tilde{r}_i, \tilde{r}_j) = \rho$ و عددی بین صفر و یک می‌باشد (رضایی و اشعه‌شعار [۱]).

برای شبیه‌سازی زیان پرتفوی اعتباری، همانطور که بیان شد مقادیر EAD_i و LGD_i ثابت در نظر گرفته می‌شوند. مراحل شبیه‌سازی بدین صورت است:

$$1. \quad \tilde{L}_n = 0 \text{ (زیان پرتفوی اعتباری اول).}$$

۲. عدد تصادفی از $Z \sim N(0, 1)$ تولید می‌کنیم (عامل مرکب).

۳. برای هر مشتری یا متعهد

(آ) عدد تصادفی از $y_i \sim N(0, 1)$ تولید می‌کنیم (عامل خاص مشتری).

$$(ب) \quad \tilde{r}_i \leftarrow \sqrt{\rho}Z + \sqrt{1 - \rho}y_i$$

(ج) اگر $\tilde{r}_i < C_i$ آنگاه $\tilde{L}_n = \tilde{L}_n + EAD_i \times LGD_i$

حال برای پارامترهای مشخصی نظیر EAD_i ، LGD_i ، ρ و n ، این فرآیند، N بار تعداد دفعات شبیه‌سازی تکرار می‌شود.

^{۳۱} Heavier Tails

^{۳۲} Tail Dependence

نوع مدل، مراحل شبیه‌سازی عبارت است از:

$$1. \tilde{L}_n = 0 \text{ (زیان پرتفوی اعتباری اول)}$$

۲. عدد تصادفی P را از تابع توزیع تجمعی آمیخته تولید می‌کنیم.

$$3. \text{ برای هر مشتری یا متعهد } i = 1, \dots, n$$

(آ) یک عدد تصادفی از توزیع برنولی $1_{\{D_i\}} \sim \text{Bin}(1, p)$ تولید می‌کنیم.

(ب) اگر $1_{\{D_i\}} = 1$ آنگاه $\tilde{L}_n = \tilde{L}_n + EAD_i$ $LGDI_i$ حال این فرآیند، N بار تعداد دفعات شبیه‌سازی تکرار می‌شود.

صفحه ای بازمی‌شود که $RConsole$ نام دارد. در این صفحه چند خط توضیحاتی وجود دارد و پس از آن علامت $>$ ملاحظه می‌شود که در مقابل آن می‌توان عملیات مورد نظر را انجام داد.

همانطوریکه بیان گردید R با شیء ها کار می‌کند که آن ها توسط نام و محتوا مشخص می‌شوند. همچنین نوع داده که در شیء قرار دارد با خصوصیت 36 آن ها معین می‌گردد. شیء ها دارای دو خصوصیت هستند:

۱. $mode$: نوع عناصر یک شیء را مشخص می‌کند که می‌تواند عددی، کاراکتر، مختلط و منطقی باشد.

۲. $length$: طول یا تعداد عناصر یک شیء را نشان می‌دهد. برای مثال اگر متغیر X را برابر با یک در نظر بگیریم در این صورت

$$> X < -1$$

$$> mode(X)$$

$$[1]"numeric"$$

$$> length(X)$$

$$[1]1$$

زبان R شامل تعداد قابل ملاحظه ای از توابع چگالی احتمال است. شکل عمومی برای ایجاد دنباله ای تصادفی از داده ها با استفاده از این توابع به صورت $rfunc(n, p_1, p_2, \dots)$ است که r از واژه $random$ به معنای تصادفی اخذ شده است؛ n تعداد اعدادی است که قرار است تولید شوند و p_1, p_2, \dots مقادیر پارامترهای

۵ اجرای شبیه‌سازی

به منظور اجرای شبیه‌سازی از نرم‌افزار R استفاده شده است. R یک نرم‌افزار آماری بسیار قوی با محیط برنامه‌نویسی شیء‌گرا است که پروژه آن از سال ۱۹۹۵ در گروه آمار دانشگاه آکلند^{۳۳} توسط رابرت جنتلمن^{۳۴} و راس‌آی‌هاکا^{۳۵} (به همین علت نام R برای آن انتخاب گردید) شروع شد و به زودی مخاطبین یافت. در حال حاضر این زبان را یک تیم بین‌المللی نگهداری می‌کند و داوطلبانه توسعه می‌یابد. نشانی نرم‌افزار R به صورت www.r-project.org است. از مزایای این نرم‌افزار می‌توان به رایگان بودن آن، قابلیت‌های گرافیکی بالا، توابع پیش‌ساخته فراوان، $package$ های بسیار زیاد، مطابقت با نرم‌افزار $winBugs$ (برای مدل‌های بی‌زی) و ... اشاره کرد. پس از دانلود، نصب و اجرای نرم‌افزار،

^{۳۳}Auckland

^{۳۴}Robert Gentleman

^{۳۵}Ross Ihaka

^{۳۶}Attribute

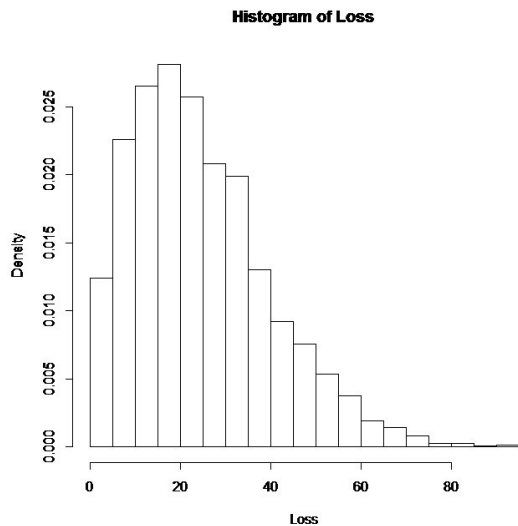
این تابع را نشان می دهد. برای مثال با استفاده از دستور پارامترهای تعیین شده برای مدل تک عاملی به صورت شکل شماره ۲ می اشد.

$> rnorm(300, 0, 1)$

نمونه ای به حجم ۳۰۰ از توزیع نرمال استاندارد تولید می شود. شکل ۱ بافت نگار این مشاهدات تولید شده با استفاده از دستور

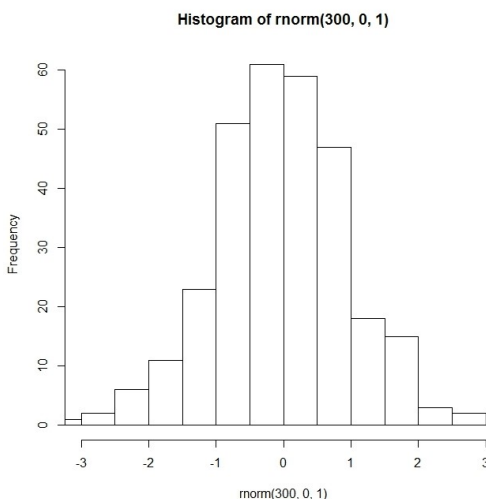
$> hist(rnorm(300, 0, 1), xlim = c(-3, 3))$

را نشان می دهد.



شکل ۲: بافت نگار زیان بر اساس مدل تک عاملی

همچنین در مورد مدل برنولی آمیخته براساس الگوریتم ارائه شده در بخش قبلی $n = 100$ ، $EAD_i = 1$ و $LGD_i = 1$ در نظر گرفته و P از توزیع بتا با پارامترهای ۱ و ۳ تولید می شود که در ادامه فقط نتایج حاصله به صورت شکل شماره ۳ ارائه شده است.



شکل ۱: بافت نگار یک نمونه ۳۰۰ تایی از توزیع نرمال استاندارد

نتیجه گیری

مدل سازی ریسک پرتفوی اعتباری نقش مهمی در فرآیند مدیریت ریسک دارد و بانک ها و موسسات مالی با استفاده از این مدل ها امکان بهینه سازی ترکیب پرتفوی اعتباری و تعیین سرمایه اقتصادی را خواهند داشت. به طور کلی این مدل ها به دو دسته تحلیلی و مبتنی بر شبیه سازی تقسیم بندی می شوند. در این مقاله شبیه سازی ریسک پرتفوی اعتباری با استفاده از مدل تک عاملی و

حال به منظور شبیه سازی طبق الگوریتم ارائه شده براساس مدل تک عاملی، مقادیر زیر برای پارامترهای مدل انتخاب شده است، $\rho = 0.2$ ، $n = 100$ ، $EAD_i = 1$ ، $LGD_i = 1$ و $PD_i = 0.25$ برای $i = 1, \dots, n$. همچنین تعداد دفعات شبیه سازی برابر با ۵۰۰۰ در نظر گرفته شده است. بافت نگار، ارزش در معرض خطر و زیان مورد انتظار براساس

Alternative to Value at Risk. Economics Notes, 31, 379-38.

[۳] Artzner, P., Freddy, D., Jean, M. and David, H. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical finance*, 9, 3, 203-228.

[۴] Brigo, D., Pallavicini, A. and Torretti, R. (2009). Credit models and the crisis, or: How I learned to stop worrying and love CDOs. *SSRN Electronic Journal*.

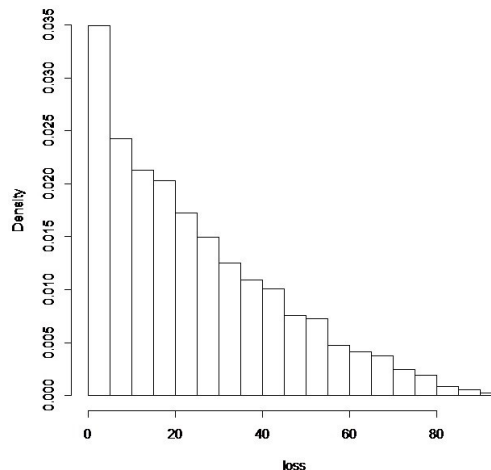
[۵] Center for the Study of Financial Innovation (CSFI). (2010). Banking Banana Skins After the Quake. www.CSFI.org.

[۶] Donnelly, C. and Embrechts, P. (2010). The devil is in the tails: actuarial mathematics and subprime mortgage crisis, *ASTIN Bulletin*, 40, 1-33.

[۷] Glasserman, P. and Li, J. (2005). Importance Sampling for Portfolio Credit Risk. *Management Science*, 51, 1643-1656.

[۸] Glynn, P.W. (1996). Importance Sampling for Monte Carlo Estimation of Quantile. In proceedings of the second International Workshop on

histogram of loss



شکل ۳: بافت نگار زیان بر اساس مدل برنولی آمیخته

مدل آمیخته برنولی معرفی و برای مثال فرضی نتایج این شبیه سازی که شامل بافت نگار و معیارهای ES و VaR می باشد، ارائه شده است.

تقدیر و تشکر

برخود لازم می دانم تا از زحمات داوران و سردبیر محترم بخاطر رهنمودها و ارائه نکات موثر و مفید در ارتقای مقاله، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

مراجع

[۱] رضایی، س و اشعه شعار، م. (۱۳۹۰)، مقدمه ای بر مدیریت ریسک اعتباری مفاهیم و روش ها. اداره کل آموزش بانک ملی ایران، نشر بانک ملی.

[۲] Acerbi, C. and Tasche, D. (2002). Expected Shortfall : A Natural Coherent

- Mathematical Methods in Stochastic Simulation and Experimental Design, 180-185.
- [۹] Johansson, S. and Bromsen, T.V. (2011). Modeling Dependent Defaults in Static Credit Portfolios. Goteborg University Press.
- [۱۰] Kroese, D. P., Taimre, T. and Botev, Z. I. (2011). Handbook of Monte Carlo Methods. John Wiley and Sons, New York.
- [۱۱] Leeuwaarden, J. V. and Derpol, J. V. (2011). Monte Carlo Simulation with Applications to Mathematical Finance. Eindhoven University of Technology Press.
- [۱۲] McNeil, A. J. (2007). Mixture Models of Dependent Risks. Edinburgh university Press.
- [۱۳] McNeil, A. J., Frey, R. and Embrechts, P. (2005). Quantitative Risk Management : Concepts, Techniques and Tools , Princeton University Press.