

# محاسبه نرخ و ضرایب متغیرهای ریسک در بیمه بدنه اتومبیل با استفاده از مدل خطی تعمیم یافته

سمانه عزیزنصیری، فاطمه نصیری  
کارشناس ارشد اکچوئری، اداره تحلیل ریسک، شرکت بیمه ملت

## چکیده

تعیین تعرفه یکسان برای بیمه بدنه وسایل نقلیه موتوری، به موجب مصوبه شورای عالی بیمه از اول دی ۱۳۸۸ لغو شد و بیمه مرکزی به هیئت مدیره شرکت‌های بیمه اختیار داد که هر شرکت براساس موازین فنی و اصول اکچوئری، مقدار و معیار تعرفه خود را تصویب و به بیمه مرکزی اعلام نماید. نرخ‌گذاری بیمه اتومبیل اساساً مربوط به طبقه‌بندی بیمه‌نامه‌ها بر طبق ویژگی‌های ریسک آن‌ها است. در بیمه بدنه اتومبیل متغیرهای بسیاری ممکن است به عنوان متغیرهای پیشین تأثیرگذار در ریسک بیمه بدنه اتومبیل در نظر گرفته شوند. در این مقاله با استفاده از داده‌های خسارت بیمه‌نامه بدنه اتومبیل در خودروهای سواری، به محاسبه نرخ پایه و ضرایب متغیرهای تأثیرگذار بر ریسک با استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته (GLM) پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد که متغیرهای جنسیت، سن راننده، نوع کاربری اتومبیل و نوع خودرو از متغیرهای تأثیرگذار بر ریسک بیمه بدنه اتومبیل می‌باشند.

واژه‌های کلیدی: آزادسازی تعرفه‌ها، نرخ پایه، متغیرهای تأثیرگذار بر ریسک، مدل‌های خطی تعمیم یافته (GLM).

## ۱ مقدمه

وجه معینی پردازد. در این رابطه، متعهد را بیمه‌گر، طرف تعهد را بیمه‌گذار و وجهی را که بیمه‌گذار به بیمه‌گر می‌پردازد حق بیمه و آنچه را که بیمه می‌شود، موضوع بیمه می‌نامند [۵]. بیمه بدنه اتومبیل نیز یکی از مهمترین انواع پوشش‌های بیمه‌ای است که بر اساس قانون بیمه مصوب اردیبهشت ۱۳۱۶ و پیشنهاد بیمه‌گذار (که جز

برطبق قانون بیمه مصوب سال ۱۳۱۶، بیمه عقدی است که به موجب آن یک طرف تعهد می‌کند که در ازاء پرداخت وجه یا وجهی از طرف دیگر، در صورت وقوع یا بروز حادثه خسارت وارده بر او را جبران نموده یا

تا قبل از سال ۸۸ نرخ‌های رشته‌های مختلف بیمه‌ای براساس آیین‌نامه‌های تعرفه مصوب شورای عالی بیمه تعیین و ابلاغ می‌شده است و شرکت‌های بیمه موظف بودند که در صدور بیمه‌نامه از نرخ‌های مصوب تبعیت نمایند. پس از ابلاغ آیین‌نامه آزادسازی تعرفه‌ها، نرخ رشته‌های بیمه‌ای آزاد شدند و شرکت‌های بیمه این اجازه را بدست آوردند که با استفاده از آمار خسارت‌های گذشته و روش‌های اکچوئریال به محاسبه حق‌بیمه‌ها و نرخ‌گذاری بپردازند. در صنعت بیمه، نرخ‌گذاری<sup>۱</sup> به معنای قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌ای است و روش‌های مختلفی جهت نرخ‌گذاری متناسب با نوع رشته بیمه‌ای وجود دارد.

در گذشته اکچوئری‌ها از روش‌های تحلیل یک طرفه در قیمت‌گذاری استفاده می‌کردند. تحلیل یک‌طرفه، آماره‌های بیمه‌ای مانند فراوانی یا ضریب خسارت را برای هر یک از متغیرهای توضیحی بدون در نظر گرفتن اثر سایر متغیرها محاسبه می‌نماید. چنین رویکردی به دلیل در نظر نگرفتن اثرات متقابل بین متغیرها مورد تایید نمی‌باشد. امروزه مدل‌های خطی تعمیم یافته به صورت گسترده در قیمت‌گذاری بیمه‌های اتومبیل و سایر رشته‌های بیمه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. کاربرد اولیه مدل‌های خطی تعمیم یافته در حوزه بیمه، نرخ‌گذاری در رشته‌های مختلف است. مدل خطی تعمیم یافته<sup>۲</sup>، حالت تعمیم یافته مدل‌های خطی است. هدف اصلی در مدل‌های خطی و مدل‌های خطی تعمیم یافته، بیان رابطه بین متغیر پاسخ و تعدادی متغیر توضیحی می‌باشد.

در این مقاله ابتدا مفهوم نرخ‌گذاری معرفی شده، و پس از آن به بررسی بیمه بدنه اتومبیل رایج در صنعت بیمه

لاینفک بیمه‌نامه می‌باشد) تنظیم شده و مورد توافق طرفین است. آن قسمت از پیشنهاد کتبی بیمه‌گذار که مورد قبول بیمه‌گر نبوده و همزمان با صدور بیمه‌نامه یا قبل از آن به صورت کتبی به بیمه‌گذار اعلام گردیده است جزو تعهدات بیمه‌گر محسوب نمی‌شود. بیمه بدنه اتومبیل یکی از انواع بیمه‌های اموال است که خودروی بیمه شده را در مقابل خسارت‌های وارده ناشی از خطراتی تحت پوشش قرار می‌دهد. یعنی شرکت بیمه هزینه خسارت‌های وارد شده بر بدنه اتومبیل و لوازم جانبی آن را در طول مدت قرارداد در صورت وقوع خطرات تحت پوشش تامین می‌نماید. با توجه به افزایش قیمت خودروهای موجود در کشور و همچنین در برخی موارد قابل توجه بودن خسارت‌های وارده که سبب می‌شود بیمه‌گذار در پرداخت آن دچار مشکل شود بیمه‌نامه بدنه مطابق با ماهیت بیمه، آرامش خاطری را برای رانندگان فراهم می‌نماید که در صورت بروز حادثه که منجر به خسارت به بدنه اتومبیل آنها شده است، بتوانند خسارت خود را از بیمه‌گر دریافت نمایند و به وضعیتی مشابه قبل از بروز حادثه برگردند. در حال حاضر بیمه بنه اتومبیل بخش قابل توجهی از تعداد بیمه‌نامه‌های صادره شرکت‌های بیمه و همچنین مبلغ حق بیمه دریافتی آنها را تشکیل می‌دهد.

پوشش‌های اصلی در بیمه بدنه اتومبیل شامل حادثه، آتش‌سوزی و سرقت کلی می‌باشد. به این معنی که با پراخت حق بیمه پایه، بیمه‌گذار در قبال خسارات ناشی از این خطرات غرامت دریافت می‌نماید. همچنین سایر پوشش‌های اضافی مانند سرقت در جای لوازم و قطعات وسایل نقلیه مورد بیمه، غرامت عدم استفاده از وسیله نقلیه در ایام تعمیرات، شکست شیشه‌های وسیله نقلیه مورد بیمه، نوسانات قیمت و غیره با پرداخت حق بیمه اضافی تحت پوشش قرار می‌گیرند [۲].

<sup>۱</sup>Ratemaking

<sup>۲</sup>Generalized linear model

ناخالص از دو بخش تشکیل شده است: بخشی برای تامین مخارج خسارت و بخشی دیگر که سربار<sup>۷</sup> نامیده می‌شود برای پوشش هزینه‌های اجرایی و عملیاتی بیمه در نظر گرفته شده است. آن بخشی که مربوط به تامین مخارج خسارت است، اگر بر حسب واحد پولی بیان شود حق بیمه خالص<sup>۸</sup> و اگر به صورت درصد بیان شود نسبت خسارت مورد انتظار نامیده می‌شود. اگرچه در مجموع تفاوت‌هایی بین رشته‌های مختلف بیمه‌ای وجود دارد اما حق بیمه خالص از تقسیم خسارت مورد انتظار بر تعداد واحدهای معرض خطر<sup>۹</sup> بدست می‌آید. برای تبدیل حق بیمه خالص به حق بیمه ناخالص باید عامل سرباری را که برای پوشش مخارج تولید و ارائه خدمات بیمه‌ای مورد نیاز است به آن اضافه نمود. گروه‌های مختلف هزینه‌ها که باید در نظر گرفته شوند، شامل کارمزدها<sup>۱۰</sup>، هزینه‌های اکتساب بیمه‌نامه<sup>۱۱</sup>، هزینه‌های عمومی اداری<sup>۱۲</sup>، مالیات حق بیمه<sup>۱۳</sup> و درصدی برای احتمالات و سود<sup>۱۴</sup> می‌شود [۴].

در نرخ‌گذاری بر مبنای طبقه‌بندی می‌توان ریسک‌های انفرادی را با استفاده از تجربه خسارت گروه‌هایی از ریسک‌های مشابه، منصفانه‌تر قیمت‌گذاری کرد. با چنین کاری شرکت بیمه کمتر در معرض انتخاب نامطلوب که سبب ایجاد سود یا خسارت نامناسب در بازار می‌شود، قرار می‌گیرد. نرخ‌گذاری موثر بر مبنای طبقه‌بندی می‌تواند

ایران و نحوه نرخ‌گذاری در آن پرداخته می‌شود. در بخش بعدی مبانی نظری تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد و سپس نتایج حاصل از محاسبات اعم از تحلیل توصیفی و مدل‌سازی با GLM ارائه می‌شود. در بخش پایانی نیز نتایج حاصل از این مطالعه ارائه خواهد شد.

## ۲ مفهوم نرخ‌گذاری

منظور از نرخ‌گذاری، قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌ای است. نرخ بیمه<sup>۳</sup> قیمت هر واحد از بیمه است و مانند قیمت هر محصول دیگری تابعی از هزینه تولید می‌باشد. قیمت‌گذاری در بیمه به میزان قابل ملاحظه‌ای با قیمت‌گذاری سایر محصولات متفاوت است. بیمه‌گر امیدوار است حق بیمه‌ای که مطالبه می‌نماید به علاوه درآمد حاصل از سرمایه‌گذاری، برای پرداخت تمامی خسارات و مخارج کافی باشد و مبلغی سود نیز بدست آورد. قیمت محصولات بیمه‌ای بر مبنای پیش‌بینی بدست می‌آید. فرآیند پیش‌بینی خسارت و مخارج آتی و تخصیص این هزینه‌ها بین گروه‌های مختلف بیمه‌شدگان، نرخ‌گذاری نامیده می‌شود.

نرخ بیمه‌ای قیمت تعیین شده برای هر واحد از پوشش یا سرمایه بیمه‌نامه است. نرخ بیمه باید از حق بیمه<sup>۴</sup> متمایز شود زیرا حق بیمه حاصل ضرب نرخ بیمه‌ای در تعداد واحد پوشش<sup>۵</sup> خریداری شده (یا به عبارتی سرمایه بیمه) است. حق بیمه نهایی که بیمه‌گذاران می‌پردازند، حق بیمه ناخالص<sup>۶</sup> نام دارد و مبتنی بر نرخ ناخالص است. هر حق بیمه

<sup>۷</sup>Loading

<sup>۸</sup>Pure premium

<sup>۹</sup>Exposure

<sup>۱۰</sup>Commissions

<sup>۱۱</sup>Acquisition costs

<sup>۱۲</sup>Administrative costs

<sup>۱۳</sup>Premium Taxes

<sup>۱۴</sup>Profit and contingencies

<sup>۳</sup>Insurance rate

<sup>۴</sup>Premium

<sup>۵</sup>Coverage

<sup>۶</sup>Gross premium

### ۳ بیمه بدنه اتومبیل

در بیمه بدنه اتومبیل خسارت‌های ناشی از حوادث رانندگی از جمله تصادف، آتش‌سوزی و سرقت به بیمه گذار پرداخت می‌شود. علاوه بر موارد فوق شکست شیشه اتومبیل، دفاع از حقوق بیمه‌گذار در مراجع دادگستری و مراجعه به مسئول خسارت، توقف اتومبیل خسارت دیده در مدت تعمیر نیز با دریافت حق بیمه اضافی قابل بیمه شدن است. در این بیمه‌نامه بیمه گذار در مقابل پرداخت مبلغی به عنوان حق بیمه در صورت آسیب دیدن اتومبیل خود بخاطر خطرات تحت پوشش مبلغی را به عنوان خسارت دریافت خواهد کرد. بنابراین در حالت کلی می‌توان گفت که پوشش‌های اصلی در بیمه بدنه اتومبیل، شامل حادثه، آتش‌سوزی و سرقت کلی است که بیمه‌گذار می‌تواند با پرداخت حق بیمه اضافی پوشش‌های اضافی را نیز که شامل سرقت درجای لوازم و قطعات وسایل نقلیه مورد بیمه، غرامت عدم استفاده از وسیله نقلیه در ایام تعمیرات، شکست شیشه‌های وسیله نقلیه مورد بیمه به تنهایی و به عللی غیر از حوادث مورد تعهد بیمه‌گر، نوسانات قیمت، بلایای طبیعی، خطرات تبعی (رنگ- مواد شیمیایی- اسید پاشی)، سرقت کلی قطعات می‌باشد، تحت پوشش قرار دهد.

### ۱.۳ نرخ گذاری بیمه بدنه اتومبیل

به طور کلی دو شیوه برای محاسبه نرخ حق بیمه در بیمه بدنه اتومبیل به کار گرفته می‌شود:

- روش نرخ‌گذاری پیشین<sup>۱۷</sup>: در این روش برای محاسبه ی نرخ ها متغیرهایی مانند نوع اتومبیل،

برای بیمه‌گران مزیت رقابتی ایجاد نماید و به ایشان در گسترش نمایه‌های ریسک<sup>۱۵</sup> که برای سودآورتر کردن فعالیت خود به آن نیازمند هستند، نیز کمک کند. عملکرد قیمت‌گذاری در شرکت بیمه توسط بخش اکچوئری انجام می‌گیرد و به شخصی که نرخ‌ها و حق بیمه‌ها را تعیین می‌نماید، اکچوئری<sup>۱۶</sup> گفته می‌شود. اکچوئری متخصص ماهری است که در تمامی مراحل فعالیت‌های شرکت بیمه شامل طرح‌ریزی، قیمت‌گذاری و تحقیق شرکت می‌کند. در بیمه‌های اموال و حوادث، اکچوئری نرخ‌های بیمه‌ای را برای رشته‌های مختلف محاسبه می‌نماید. این نرخ‌ها مبتنی بر تجربه خسارات گذشته و آمارهای موجود در صنعت بیمه و سایر سازمان‌ها است [۱۰].

مرحله نخست نرخ‌گذاری بر مبنایی طبقه‌بندی شامل تعیین معیارهای مربوط به ریسک است که در تقسیم‌بندی ریسک‌ها به گروه‌های جزئی‌تر براساس تشابه سابقه خسارت مورد انتظارشان تأثیر بسزایی دارند. برای مثال، ممکن است شرکت بیمه متوجه شود که در رشته بدنه اتومبیل، خسارت مورد انتظار بسته به عوامل مختلفی مانند نوع ماشین، جنسیت و سابقه رانندگی راننده، به میزان قابل توجهی تغییر خواهد کرد. به مشخصه‌هایی از ریسک که مورد بررسی قرار می‌گیرد، متغیر نرخ‌گذاری می‌گویند. هنگامی که جمعیت بیمه‌گذاران بر اساس هر متغیر نرخ‌گذاری به سطوح مناسبی تقسیم‌بندی می‌شوند، اکچوئری با استفاده از روش‌های مختلفی چون تحلیل‌های یک‌طرفه و یا در حالت کاراتر، مدل‌های خطی تعمیم‌یافته به محاسبه ضرایب تاثیرگذار برای هر سطحی که قرار است قیمت‌گذاری شود، می‌پردازد.

<sup>۱۵</sup>Risk profile

<sup>۱۶</sup>Actuary

<sup>۱۷</sup>Priori Ratemaking

شود؛ بدین صورت که اگر بیمه نامه دارای هیچ خسارتی نباشد برای تمدید مشمول تخفیف می شود و در غیر این صورت بر طبق قواعد معینی مشمول جریمه خواهد شد. این روش که اغلب به صورت جدول ارایه می شود، بهترین و کاراترین روش برای رده بندی بیمه‌گذاران با توجه به ریسک آنها است [۸]. در واقع سیستم پاداش-جریمه علاوه بر رده بندی مناسب بیمه‌گذاران در پورتنوی، باعث می‌شود که ریسک‌های بد نیز (به دلیل حق بیمه‌ی بالای آنها) محتاط تر شوند [۹].

در روش پیشین، نرخ‌گذاری بیمه اتومبیل اساساً بر مبنای طبقه‌بندی بیمه‌نامه‌ها بر طبق ویژگی‌های ریسک آنها (یا به عبارتی متغیرهای نرخ‌گذاری) انجام می‌شود. متغیرهای طبقه‌بندی، متغیرهای پیشین خوانده می‌شوند (به این دلیل که مقادیر آنها پیش از شروع پوشش بیمه‌ای قابل تعیین است). در بیمه بدنه اتومبیل متغیرهای بسیاری ممکن است به عنوان متغیرهای پیشین تأثیرگذار در ریسک بیمه بدنه اتومبیل در نظر گرفته شوند. این متغیرها شامل سن، جنسیت، شغل بیمه‌گذاران، نوع و کاربری خودروی آنها، محل پارک خودرو و گاهی اوقات حتی تعداد خودروهای موجود در یک خانواده، وضعیت تأهل یا رنگ وسیله نقلیه هستند. برخی دیگر از ویژگی‌های ریسک وجود دارند که غیرقابل مشاهده بوده و در روش نرخ‌گذاری پسین باید آنها را به عنوان پارامترهای نامعلوم یا به زبان تئوری باورمندی<sup>۲۰</sup>، متغیرهای پنهان<sup>۲۱</sup> با یک توزیع مشترک در نظر گرفت. همانطور که گفته شد، در نرخ گذاری بر مبنای طبقه بندی می‌توان ریسک‌های انفرادی را با استفاده از تجربه خسارت گروه‌هایی از ریسک‌های مشابه، منصفانه‌تر

سن راننده و اتومبیل، جنسیت و غیره را که ارزش آنها در زمان تنظیم قرارداد مشخص و شناخته شده است در نظر می‌گیرند.

• روش نرخ‌گذاری پسین<sup>۱۸</sup>: حق بیمه حاصل از روش نرخ‌گذاری پیشین کاملاً دقیق نیست زیرا عوامل ریسک غیر قابل مشاهده مانند مهارت‌های فردی که تأثیر قابل ملاحظه‌ای در بروز حادثه و زیان دارند، در آن لحاظ نمی‌شود. راهکار مکمل برای بالا بردن دقت سیستم‌های نرخ‌گذاری پیشین، استفاده از روش نرخ‌گذاری پسین است. در این روش برای محاسبه‌ی حق بیمه‌ها علاوه بر در نظر گرفتن عوامل قابل مشاهده، سوابق بیمه‌گذار شامل تعداد تصادف‌ها و شدت خسارت وارده در هر تصادف نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. به این ترتیب تأثیر عوامل ریسک غیر قابل مشاهده با استفاده از این سوابق تا حدودی در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه انتظار می‌رود این روش از روش پیشین دقیق‌تر باشد. سیستم‌های پاداش-جریمه یکی از انواع روش‌های نرخ‌گذاری پسین است که در کشورهای مختلف به انواع مختلفی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳].

در ساده‌ترین حالت، یک سیستم پاداش-جریمه<sup>۱۹</sup> دارای تعدادی رده است که هر رده دارای حق بیمه‌ای متفاوت از سایر رده‌ها است و بیمه‌گذاران بر اساس سوابق خسارتی‌شان بین این رده‌ها جابجا می‌شوند. در این سیستم‌ها با توجه به سابقه خسارتی بیمه‌نامه به هنگام تمدید قرارداد بیمه، میزان حق بیمه دریافتی تعدیل می

<sup>۲۰</sup>Credibility theory

<sup>۲۱</sup>Latent variable

<sup>۱۸</sup>Posteriori Ratemaking

<sup>۱۹</sup>Bonus - malus system

در مورد بیمه‌گذاران، وسایل نقلیه و انواع قراردادهای استفاده می‌نمایند. ذکر این نکته خالی از لطف نیست که حتی با گنجاندن تمامی متغیرهای کمکی در مدل، هنوز ریسک‌های ذاتی بین رانندگان (به دلیل وجود ویژگی‌های پنهان نظیر روش و مهارت، داشتن اطلاعات در مورد خیابان‌ها و بزرگراه‌ها و غیره) باقی می‌مانند [۱۱].

## ۴ مبانی نظری

در این بخش مروری خواهیم کرد بر مبانی تئوری مدل‌های خطی و مدل بندی خسارتهای بیمه ای.

### ۱.۴ مدل های خطی

در تحلیل های یک طرفه، متغیر توضیحی بدون در نظر گرفتن اثر مقابل آن با سایر متغیرهای توضیحی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالی که این نتایج می‌تواند بدلیل همبستگی و تاثیرگذاری متغیرهای توضیحی بر هم مورد قبول نباشند. استفاده از روش‌های چندگانه مانند GLM بخصوص در ریسک‌های بیمه‌ای این مشکل را برطرف نموده است. هدف از مدل‌های خطی، بیان رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای توضیحی می‌باشد. در مدل‌های خطی، متغیر پاسخ برابر مجموع میانگین و یک متغیر تصادفی تعریف می‌شود.

#### ۱.۱.۴ مدل خطی ساده

در مدل خطی ساده فرض می‌شود که میانگین متغیر پاسخ، ترکیبی خطی از متغیرهای توضیحی است و خطا نیز از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  تبعیت

قیمت گذاری کرد [۷]. این کار، از شرکت بیمه در مقابل انتخاب نامطلوب که سبب ایجاد سود و خسارت نامناسب در بازار می‌شود، محافظت خواهد کرد. نرخ گذاری موثر بر مبنای طبقه بندی می‌تواند برای بیمه‌گران مزیت رقابتی ایجاد نماید و به ایشان در گسترش نمایه های ریسک که برای سودآورتر کردن فعالیت خود به آن نیازمند هستند نیز کمک می‌کند. همان‌طور که گفته شد، در نرخ‌گذاری بر مبنای طبقه‌بندی می‌توان ریسک‌های انفرادی را با استفاده از تجربه خسارت گروه‌هایی از ریسک‌های مشابه، منصفانه‌تر قیمت‌گذاری کرد. در بیمه غیر زندگی، حق‌بیمه خالص مخارج مورد انتظار تمامی خسارت‌هایی است که بیمه‌گذاران در طول دوره پوشش (تحت فرض قانون اعداد بزرگ) گزارش می‌کنند. محاسبه این حق‌بیمه بر یک مدل آماری استوار است که تمامی اطلاعات موجود در مورد ریسک را در مدل شرکت می‌دهد. هدف از تعیین تعرفه فنی<sup>۲۲</sup> ارزیابی تا حد امکان دقیق حق‌بیمه برای هر بیمه‌گذار از طریق تکنیک‌های رگرسیونی است.

رگرسیون ارتباط بین یک متغیر و مجموعه دیگری از متغیرها را تحلیل می‌کند. این ارتباط به صورت معادله‌ای بیان می‌شود که یک متغیر پاسخ (تعداد خسارت‌ها یا مبلغ خسارت‌های ثبت شده برای یک بیمه‌گذار معین) را از تابعی از متغیرهای توضیحی و پارامترها (شامل ترکیبی خطی از این متغیرهای توضیحی و پارامترها که پیش‌گوی خطی نامیده می‌شود) را پیش‌بینی می‌کند. پارامترها به گونه‌ای برآورد می‌شوند که معیار نیکویی برازش (لگاریتم درست‌نمایی در بیشتر موارد) بهینه شود. اکچوئری‌ها از تکنیک‌های رگرسیونی برای پیش‌بینی تعداد (یا مبلغ) خسارت مورد انتظار با دانستن اطلاعاتی

<sup>۲۲</sup>Technical tariff

می‌نماید.

بطور کلی فرضیات مدل به شرح زیر می‌باشد:

$$Y = E[Y] + \epsilon, \quad E[Y] = X\beta.$$

- نرمال بودن توزیع متغیر پاسخ و ثابت بودن واریانس آن.
- خطی بودن ترکیب متغیرهای توضیحی و پارامترها.
- وجود رابطه خطی بین متغیر پاسخ و متغیرهای توضیحی.

این فرضیات به آسانی قابل ضمانت کردن نمی‌باشند. فرض نرمال بودن و ثابت بودن واریانس برای متغیر پاسخ به آسانی برقرار نمی‌شود. بسیاری از ریسک‌های بیمه‌ای بصورت رابطه ضربی تعریف می‌شوند نه رابطه جمعی.

#### ۲.۱.۴ مدل خطی تعمیم یافته

GLM شکل تعمیم‌یافته مدل‌های خطی است. در این مدل، پیش‌فرض‌های محدود کننده نرمال بودن، واریانس ثابت و جمع‌پذیری اثرات کنار گذاشته می‌شود. تکنیک آماری چند متغیره‌ای که در بسیاری از کشورها و رشته‌های بیمه‌ای، به سرعت به یک استاندارد در نرخ گذاری بر مبنای طبقه بندی تبدیل شد، از مدل‌سازی خطی تعمیم یافته برای ارزیابی و اندازه‌گیری ارتباط بین یک متغیر پاسخ و متغیرهای توضیحی استفاده می‌شود. این نوع مدل‌سازی از دو جنبه مهم با مدل‌سازی رگرسیون معمولی متفاوت است. اولاً، توزیع متغیر پاسخ از خانواده نمایی انتخاب می‌شود. بنابراین نیازی نیست که توزیع متغیر پاسخ نرمال باشد یا به نرمال نزدیک باشد و ممکن است به وضوح غیرنرمال باشد. دوماً، تبدیل میانگین

متغیر پاسخ به صورت خطی به متغیرهای توضیحی وابسته است. در نهایت، اثر متغیرهای توضیحی بر متغیر پاسخ می‌تواند به صورت تبدیل یافته جمعی باشد. نتیجه اینکه متغیر پاسخ می‌تواند عضوی از خانواده نمایی باشد این است که پاسخ می‌تواند چندواریانسی<sup>۲۳</sup> باشد. لذا، واریانس با مقدار میانگین تغییر خواهد کرد که مقدار آن با توجه به متغیرهای توضیحی نیز متفاوت خواهد بود. همان‌طور که اشاره شد، مدل‌های خطی تعمیم یافته در تحلیل داده‌های بیمه‌ای از اهمیت خاصی برخوردارند. برای داده‌های بیمه‌ای، اغلب فرضیات مدل نرمال قابل استفاده نیستند. به عنوان مثال، مبلغ خسارت، فراوانی ادعای خسارت و وقوع یک ادعای خسارت برای یک بیمه‌نامه خاص همگی برآمدهایی هستند که نمی‌توانند نرمال باشند.

فرض کنید متغیر پاسخ  $Y$  دارای توزیعی متعلق به خانواده نمایی و دارای میانگین  $\mu$  باشد. به علاوه فرض کنید  $g$  یک تابع مشتق پذیر و یکنوا (مانند لگاریتم یا جذر) است. در این صورت یک GLM به صورت  $g(\mu) = \hat{x}\beta$  نوشته می‌شود که در این معادله  $g$  را تابع پیوند نامیده،  $X$  بردار متغیرهای توضیحی و  $\beta$  بردار پارامترهای مدل است. در مدل خطی ساده تابع پیوند بصورت  $g(\mu) = \mu$  است.

#### ۲.۴ مدل بندی خسارت های بیمه ای

فرض کنید متغیر تصادفی  $S$  نشان دهنده کل مجموع خسارت مربوط به یک پرتفوی بیمه‌ای با  $n$  بیمه‌نامه باشد. برای مدل بندی  $S$  می‌توان به دو صورت عمل کرد؛

<sup>۲۳</sup>Heteroskedastic

بیمه نامه منجر به خسارت شود درحالیکه در مدل جمعی، خسارات گوناگون ممکن است از یک قرارداد به وجود آید.

در مدل جمعی  $S$  به صورت مرکب توزیع شده و  $X_1, X_2, \dots$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان هستند. همچنین این متغیرها مستقل از عدد تصادفی  $N$  در رابطه مجموع هستند. به طور معمول، توزیع  $N$  پواسون یا دو جمله ای است که در آن صورت  $S$  دارای توزیع پواسون مرکب یا دو جمله ای مرکب خواهد بود [۱].

واضح است که حق بیمه  $Y$  خالص با توجه به اصل توازن مبتنی بر میانگین کل خسارت است که با فرض استقلال بین توزیع تعداد و مبلغ خسارت از فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$E(N) * E(X).$$

اما در GLM برای منظور کردن اثر عوامل تشکیل دهنده  $Y$  ریسک مقادیر میانگین ها را به صورت زیر می نویسیم:

$$e^{\beta_0 + \beta_1 c_1 + \dots + \beta_k c_k}, \quad e^{\alpha_0 + \alpha_1 c_1 + \dots + \alpha_k c_k},$$

که در این فرمول ها  $c_i$  ها عوامل تشکیل دهنده  $Y$  ریسک و  $\alpha_i$  ها و  $\beta_i$  ها پارامترهای مدل هستند و میزان تاثیر عوامل تشکیل دهنده  $Y$  ریسک در توزیع های تعداد و شدت خسارت ها را نشان می دهند. با پذیرش چنین مدلی می توانیم حق بیمه  $Y$  خالص را از مدلی مانند زیر برآورد کنیم [۶]:

$$E(N) * E(X) = e^{(\alpha_0 + \beta_0) + (\alpha_1 + \beta_1)c_1 + \dots + (\alpha_k + \beta_k)c_k}.$$

تنها خسارت های مثبت را صرف نظر از اینکه مربوط به کدام بیمه نامه است با هم جمع نمود و یا برای هر بیمه نامه میزان خسارت را (که می تواند مثبت یا صفر باشد) مشخص کرده و همه را با هم جمع کنیم. مدل اول را مدل ریسک جمعی و مدل دوم را مدل ریسک فردی می نامند. در مدل ریسک جمعی، متغیر تصادفی  $N$  نشان دهنده  $Y$  تعداد خسارت ها است. مدل ریسک جمعی، کل زیان از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$S = X_1 + \dots + X_N = \sum_{i=0}^N X_i,$$

که در آن  $X_i$  متغیر تصادفی نشان دهنده  $Y$  مبلغ  $i$  امین خسارت است و همان طور که اشاره شد،  $N$  نشان دهنده  $Y$  تعداد خسارت ها است. براساس مدل جمعی،  $S$  دارای یک توزیع مرکب است. به عبارت دیگر، تعداد جملات یا خسارت ها تصادفی بوده و ثابت نیست. در مدل ریسک فردی برای  $S$ ، متغیر  $n$  به عنوان تعداد بیمه نامه ها (در برخی موارد ممکن است که  $n$  با تعداد دارندگان بیمه برابر باشد) در یک پرتفوی تعریف می شود و رابطه آن به صورت زیر تعریف می شود:

$$S = Y_1 + \dots + Y_N.$$

در این رابطه،  $Y_i$  متغیری تصادفی است که نشان دهنده  $Y$  مقدار خسارت در  $i$  امین بیمه نامه است. این مدل از این جهت انفرادی نامیده می شود که به ازای هر بیمه نامه یا دارنده بیمه نامه، یک جمله در مجموعه بالا وجود دارد. پس در یک دامنه زمانی کوتاه، تعداد اندکی از بیمه نامه ها منجر به ادعای خسارت می شوند و بقیه  $Y_i$  ها برابر صفر هستند. فرض در مدل انفرادی این است که حداقل یک



## ۵ نتایج تحلیل

در این بخش ابتدا توصیفی از داده های بیمه ای تحقیق خواهیم داشت و سپس تحلیل های استنباطی ارائه می شود.

### ۱.۵ توصیف داده ها

در این مقاله، نرخ گذاری پیشین با استفاده از متغیرهای تعداد و مبلغ خسارت ها انجام شده است. داده های مورد بررسی مربوط به اطلاعات بیمه نامه های صادره در رشته بدنه خودروهای سواری در سال های ۱۳۸۹، ۱۳۹۰ و ۱۳۹۱ برای یک شرکت بیمه ای و خسارات مربوط به این بیمه نامه ها است. در این جا باید اشاره نمود که در مورد جمع آوری داده های بیمه ای تحلیل گران با چالش های زیادی مواجه هستند. خسارت های بیمه معمولاً تا فاصله زمانی یک سال بعد از صدور بیمه نامه ممکن است رخ دهند (با فرض این که بیمه نامه ها یک ساله باشند)، بنابراین خسارتی که در سال ۱۳۹۰ رخ داده است می تواند مربوط به بیمه نامه صادره در سال ۱۳۸۹ یا ۱۳۹۰ باشد. همچنین از زمانی که خسارتی واقع می شود تا زمانی که توسط بیمه گذار به شرکت بیمه اعلام شده و سپس توسط شرکت بیمه پرداخت شود ممکن است فاصله زمانی حدود یک سال وجود داشته باشد. بنابراین، بین متغیرهای تعداد خسارت و مبلغ خسارت نیز تفاوت هایی وجود دارد. تعداد خسارت ها به محض مطلع شدن شرکت بیمه توسط از وقوع خسارت مشخص می شوند اما مبلغ خسارت در زمان وقوع خسارت یا ابتدای تشکیل پرونده خسارت در شرکت بیمه معلوم نیست و نیازمند کارشناسی و نظر ارزیاب خسارت است و حتی به دلیل این که ممکن است در چندین مرحله توسط شرکت بیمه به بیمه گذار پرداخت

شود، مبلغ آن قطعی نیست.

در بیمه بدنه اتومبیل علاوه بر طبقه خودروهای سواری، طبقات دیگری برای انواع خودروها شامل مینی بوس و ون، اتوبوس، وانت، کامیونت، کامیون و تریلر، راهسازی و کشاورزی و موتورسیکلت نیز وجود دارد که در این مقاله به دلیل این که تنها در مورد خودروهای سواری داده های کافی برای انجام محاسبات قابل قبول وجود داشت، صرفاً بر خودروهای سواری تمرکز شده است. متغیرهای نرخ گذاری مورد مطالعه که براساس اطلاعات ثبت شده در شرکت بیمه انتخاب شده اند، به شرح زیر هستند:

- ارزش خودرو (سرمایه مورد بیمه)،
- سال ساخت خودرو،
- سیستم خودرو،
- جنسیت،
- کاربری،
- سابقه خسارت (تعداد خسارت).

در بین متغیرهای فوق، متغیر جنسیت دارای سه طبقه مرد، زن و شرکت (خودروهایی که توسط شرکت ها و برای کاربری های تجاری-اداری تحت پوشش بیمه ای قرار گرفته اند) است. متغیر سیستم خودرو که در این جا با نام نشان خودرو معرفی شده است، تمامی خودروهای سواری مورد بیمه را بر اساس قیمت خودرو، سیستم ایمنی خودرو و هزینه تعمیر و تامین قطعات یدکی طبقه بندی نموده است که به عنوان یکی از مهمترین متغیرهای تأثیرگذار بر ریسک بیمه بدنه اتومبیل در ۱۵ نشان طبقه بندی شده اند. متغیر کاربری نیز دارای ۹ طبقه شخصی، اداری، آژانس، آمبولانس، تاکسی، تعلیم

که تعداد مردان بیشتر از زنان می باشد. فراوانی خسارت زنان نسبتاً مشابه با فراوانی خسارت مردان است اما شدت خسارت آنها کمتر از شدت خسارت مردان بوده است.

تحلیل متغیر کاربری نیز نشان از سهم قابل توجه خودروهای دارای کاربری شخصی نسبت به سایر کاربری ها در پرتفوی دارد.

در خصوص متغیر سیستم خودرو، شدت خسارت به دلیل این که میزان خسارت به طور مستقیم با قیمت خودرو در ارتباط است مشاهده می شود که با افزایش طبقه سیستم خودرو شدت خسارت نیز نسبتاً افزایش یافته است.

### ۳.۵ تحلیل GLM

در تحلیل ریسک رشته‌های بیمه‌ای دو مؤلفه تعداد ادعاهای خسارت و شدت خسارت‌ها مؤلفه‌های کلیدی و تأثیرگذار هستند. بنابراین ابتدا توزیع احتمالی این دو مؤلفه مورد بررسی قرار می‌گیرد. چنان‌که در توزیع مؤلفه تعداد ادعاهای خسارت متداول است، با توجه به مقایسه میانگین و واریانس می‌توان حدس زد که آیا استفاده از توزیع‌هایی از نوع پواسون مناسب است یا خیر؟ در جدول ۱ مقدار میانگین تعداد ادعاهای خسارت مربوط به خودروهای سواری ارائه شده است. مشاهده می‌شود مقدار واریانس از میانگین بیشتر است که نشان می‌دهد استفاده از توزیع پواسون برای تعداد ادعاهای خسارت مناسب به نظر نمی‌رسد.

نتایج برازش توزیع دو جمله‌ای منفی که همان پواسون آمیخته شده با توزیع گاما است، نشان می‌دهد که توزیع

رانندگی و حمل پول، مسافربر و کرایه خطی و بیابانی است.

### ۲.۵ تحلیل توصیفی

برای انجام هرگونه تحلیلی در خصوص داده‌ها ابتدای باید تحلیل توصیفی صورت گیرد تا شمای کلی داده‌ها مشخص شود. منظور از سهم از پرتفو، سهم طبقه مورد نظر به لحاظ تعداد بیمه‌نامه صادر شده در آن طبقه از کل بیمه‌نامه‌های صادره انتخاب شده برای این مطالعه است. نسبت خسارت نیز یکی از شاخص‌های مهم در صنعت بیمه برای انجام محاسبات و تحلیل‌ها است که از تقسیم مبلغ خسارت بر مبلغ حق بیمه بدست می‌آید. نتایج حاصله از تحلیل توصیفی داده‌ها به شرح زیر می‌باشد:

طبق نتایج حاصله از تحلیل توصیفی متغیر ارزش خودرو مشاهده می‌شود که میانگین ارزش خودروهای طبقه سواری طی سال‌ها افزایش یافته است. ارزان‌ترین خودروها دارای بیشترین نسبت خسارت و خودروهای با ارزش بالا، به طور متوسط دارای کمترین نسبت خسارت هستند. با توجه به پرتفوی می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با افزایش ارزش خودرو نسبت خسارت کاهش می‌یابد.

در تحلیل توصیفی مربوط به سن خودرو مشاهده می‌شود که تعداد خودروهای صفر کیلومتر در پرتفوی بدنه اتومبیل در این سال‌ها به مراتب از سایر رده‌ها بیشتر است. و با افزایش سن خودرو تعداد ادعاهای خسارت نیز افزایش یافته است. بررسی نسبت خسارت‌ها نشان می‌دهد که با افزایش سن خودرو نسبت خسارت در پرتفوی افزایش یافته است و افزایش سن خودرو، عامل افزایش ریسک خسارت است.

نتایج تحلیلی مربوط به متغیر جنسیت نشان می‌دهد

جدول ۱: تغییرات زمانی متغیر سن خودرو (سال).

نام خودرو	میانگین تعداد ادعای خسارت	واریانس تعداد ادعای خسارت
سواری	۰.۱۷	۰.۲

تعداد ادعاهای خسارت دوجمله ای منفی است.

علاوه براین، برازش توزیع نرمال به لگاریتم مقادیر خسارت ها، نرمال بودن توزیع داده های مبلغ خسارت ها را تأیید میکند لذا استفاده از GLM با توزیع نرمال برای لگاریتم داده ها مناسب به نظر می رسد.

با توجه به توضیحات بالا در این قسمت از مدل رگرسیون دوجمله ای منفی برای تعداد ادعاهای خسارت و مدله ای خطی تعمیم یافته (GLM) برای برآورد شدت خسارت ها با در نظر گرفتن عوامل ریسک استفاده نموده و تأثیر هر یک از عوامل در رخداد خسارت ها بررسی شده است. میزان تأثیر هر یک از طبقات ریسک متغیرهای در نظر گرفته شده در مدل، برآورد خوبی از ضرایب این طبقات در نرخ گذاری ارائه می کنند.

### ۱.۳.۵ محاسبه نرخ پایه

با توجه به اطلاعات خسارتی، بعد از برازش توزیع متغیر پاسخ، نرخ پایه مربوط به خودروی سواری به عنوان عرض از مبدا مدل GLM محاسبه شده و نتایج آن در جدول ۲ آمده است:

برای تعیین ضریب نرخ عوامل دخیل در محاسبه نرخ حق بیمه در هر نوع وسیله نقلیه عوامل نوع کاربری، سن خودرو، جنسیت راننده در نظر گرفته شد و برای بدست آوردن برآورد این ضرایب از مدل های خطی تعمیم یافته

جدول ۲: نرخ پایه کاربری سواری.

عنوان طبقه	نرخ انتخابی نهایی R	شامل مواردی نظیر شخصی، اداری، آژانس، تاکسی
سواری	R	

استفاده شد. بعد از محاسبه نرخ پایه و ضرایب طبقات فاکتورهای ریسک، نرخ نهایی از حاصلضرب نرخ پایه در این ضرایب متناسب با مشخصات ریسک بیمه گذار و مورد بیمه بدست می آید. بمنظور محاسبه حق بیمه، نرخ نهایی در ارزش خودروی مورد بیمه ضرب می گردد. به عنوان مثال، بیمه گذاری با جنسیت زن، سن خودروی ۴ ساله با کاربری شخصی و با خودروی پژو ۴۰۵ به ارزش ۲۲۰ میلیون ریال باید حق بیمه ای به مبلغ ۴ میلیون و ۴۰۰ هزار ریال به بیمه گر پرداخت نماید. این مبلغ ممکن است با توجه به تخفیفاتی که به بیمه گذار تعلق می گیرد کاهش یافته که مبلغ نهایی که بیمه گذار پرداخت می نماید همان حق بیمه ناخالص یا حق بیمه نهایی می باشد.

## ۶ نتیجه گیری

اگر شرکت بیمه ای خواستار رقابت موثر در مدت زمان طولانی باشد، باید نرخ ها هم در سطح تجمیعی و هم در سطح انفرادی ریسک، مناسب باشند. اگر یک شرکت بیمه بر خلاف سایر شرکتهای، نرخ های مناسبی تعیین نکند، احتمال دارد که مشتریان دارای ریسک پایین تر، آنها را ترک کنند و به سمت شرکت هایی بروند که نرخ های پایین تری مطالبه می نمایند. عدم توجه به این مسئله، ممکن است باعث شود تا شرکت در معرض

برای بیمه‌گران مزیت رقابتی ایجاد نماید و به ایشان در گسترش پروفایل‌های ریسک که برای سودآورتر کردن فعالیت خود به آن نیازمند هستند نیز کمک می‌کند.

مدل‌های خطی تعمیم یافته بصورت گسترده در قیمت گذاری بیمه‌های اتومبیل و سایر رشته‌های بیمه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. در واقع در ریسک‌های بیمه‌ای به دلیل ضربی بودن رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای توضیحی، استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته نسبت به مدل‌های خطی ساده ارجح است. کاربرد اولیه مدل‌های خطی تعمیم یافته در حوزه بیمه، نرخ گذاری در رشته‌های مختلف است.

در این مقاله، به منظور نرخ گذاری در بیمه بدنه اتومبیل با رویکرد مدل خطی تعمیم یافته، نرخ گذاری بر مبنای طبقه‌بندی بر روی تعداد و مبلغ خسارت‌ها اجرا شد. داده‌های مورد بررسی مربوط به اطلاعات خسارتی بیمه‌ی بدنه خودروهای سواری طی چند سال برای یک شرکت بیمه‌ای است. نتایج نشان می‌دهد که متغیرهای جنسیت، سن وسیله نقلیه، کاربری و سیستم خودرو از متغیرهای تاثیرگذار بر ریسک بدنه اتومبیل می‌باشند و باید در زمان تعیین حق بیمه متناسب با مشخصات بیمه‌گذاران در هر یک از این طبقات ریسک، در نظر گرفته شوند. طبق داده‌های موجود و برازش صورت گرفته، مدل رگرسیون دو جمله‌ای منفی برای تعداد ادعاهای خسارت و نرمال برای لگاریتم داده‌ها برای برآورد شدت خسارت‌ها مورد تایید قرار گرفت. میزان تأثیر هر یک از طبقات ریسک متغیرهای در نظر گرفته شده در مدل، برآورد خوبی از ضرایب این طبقات در نرخ گذاری ارائه می‌کنند.

انتخاب نامطلوب قرار گیرد. پرواضح است که در اکثر رشته‌های بیمه‌ای، تعیین نرخ برای هر ریسک بصورت جداگانه میسر نیست، بنابراین شرکت بیمه تلاش می‌کند که مشخصه‌هایی را شناسایی نماید که به عنوان متغیر نرخ گذاری برای تقسیم جمعیت بیمه‌گذاران به گروه‌های همگن برای دستیابی به اهداف نرخ گذاری قابل استفاده اند. شرکت‌های بیمه باید معیارهای آماری، عملیاتی و اجتماعی را در نظر بگیرند و هنگام تصمیم‌گیری درباره استفاده یا عدم استفاده از یک مشخصه به عنوان متغیر نرخ گذاری، قوانین و مقررات اجرایی را مرور نمایند. تا قبل از سال ۱۳۸۸ نرخ‌های رشته‌های مختلف بیمه‌ای براساس آیین‌نامه‌های تعرفه مصوب شورای عالی بیمه تعیین و ابلاغ می‌شده است و شرکتهای بیمه موظف بودند که در صدور بیمه‌نامه از نرخ‌های مصوب تبعیت نمایند. پس از ابلاغ آیین‌نامه آزادسازی تعرفه‌ها، نرخ رشته‌های بیمه‌ای آزاد شدند و شرکت‌های بیمه این اجازه را بدست آوردند که با استفاده از آمار خسارت و محاسبات اکچوئری به محاسبه حق بیمه‌ها بپردازند.

بیمه بدنه اتومبیل یکی از رشته‌های بیمه‌ای است که بدلیل داشتن تعداد رکوردهای خسارت قابل توجه، اکچوئری‌ها می‌توانند با اعتبار بالایی به محاسبه نرخ حق بیمه در این رشته بپردازند. یکی از روش‌های مناسب برای نرخ گذاری در بیمه بدنه اتومبیل، نرخ گذاری بر مبنای طبقه بندی می‌باشد. در نرخ گذاری بر مبنای طبقه بندی می‌توان ریسک‌های انفرادی را با استفاده از تجربه خسارت گروه‌هایی از ریسک‌های مشابه، منصفانه تر قیمت گذاری کرد. این کار، از شرکت بیمه در مقابل انتخاب نامطلوب که سبب ایجاد سود و خسارت نامناسب در بازار می‌شود، محافظت خواهد کرد. نرخ گذاری موثر بر مبنای طبقه بندی می‌تواند

## مراجع

- modelling of claim counts. John Wiley and Sons, Ltd.
- [9] Kamiya, S. (2006). Insurance as given under a bonus malus system and its effect on adverse selection. American Risk and Insurance Association (ARIA), Annual Meeting., Washington D. C.
- [10] Vaughan, E. J. and Vaughan, T. (2007). Fundamentals of risk and insurance. John Wiley and Sons.
- [11] Werner, G., and Modlin, C. (2010, October). Basic Ratemaking. In Casualty Actuarial Society.
- [۱] بولند، ف. ج. (۲۰۰۷). روش‌های آمار و احتمال در علوم اکچوئری، خضری، جعفر. و حسینی، خالد. ویرایش اول، پژوهشکده بیمه.
- [۲] تعرفه بیمه بدنه اتومبیل (۱۳۷۳). آیین نامه شماره ۳۳، مصوبه شورای عالی بیمه.
- [۳] محمودوند، ر. و عزیزنصیری، س. (۱۳۹۱). در نظر گرفتن پرتفوی باز در طراحی سیستم پاداش-جریمه به منظور مدیریت ریسک کارآمد در بیمه اتومبیل، همایش مدیریت ریسک.
- [۴] مهدوی، غ. و نصیری، ف. (۱۳۹۲). اصول و مبانی نظری بیمه، ویرایش اول، پژوهشکده بیمه.
- [۵] قانون تاسیس بیمه (۱۳۱۶). وب سایت بیمه مرکزی ایران،  
URL: <http://www.centinsur.ir>.
- [6] Anderson, D., Feldblum, S., Modlin, C., Schirmacher, D., Schirmacher, E., and Thandi, N. (2004). A practitioner's guide to generalized linear models. Casualty Actuarial Society Discussion Paper Program, 1-116.
- [7] Brown, R. L. (2007). Introduction to rate-making and loss reserving for property and casualty insurance. Winsted, Conn.: ACTEX Publications.
- [8] Denuit, M., Maréchal, X., Pitrebois, S. and Walhin, J. F. (2007). Actuarial